

*HP-25*

# *PROGRAMMSAMMLUNG*

*20 PROGRAMME MIT  
PROGRAMMABLAUFPLÄNEN  
UND DURCHGERECHNETEN  
BEISPIELEN*

**B — R**  
**ELEKTRONIK**



*HP-25*

# *PROGRAMMSAMMLUNG*

*20 PROGRAMME MIT  
PROGRAMMABLAUFPLÄNEN  
UND DURCHGERECHNETEN  
BEISPIELEN*

**B—R**  
ELEKTRONIK

Der Verfasser übernimmt keine Haftung, die sich aus der Benutzung dieses Programmmaterials oder Teilen davon ergeben.

Alle Rechte vorbehalten.

Anschrift des Verfassers: V. Lehmann, St.R.  
Gymnasium auf der Karthause  
Zwickauer Straße 1  
54 Koblenz

## INHALTSVERZEICHNIS

1. Geometrische Reihen	4
2. Wertetafel bei vorgegebener Schrittläng h	8
3. Horner Schema für Polynome bis zum Grade 7	12
4. Nullstellen ganzrationaler Funktionen bis zum Grade 4	16
5. Nullstellen von Funktionen	20
6. Simpsonsche Regel zur numerischen Integration	24
7. Determinante einer 3x3 Matrix	28
8. Teilpunkt einer Strecke	32
9. Hessesche Normalenform	36
10. Schnittgerade zweier Ebenen	40
11. Binomialverteilung	44
12. Poissonverteilung	48
13. Größter gemeinsamer Teiler und kleinstes gemeinsames Vielfaches	52
14. Addition und Subtraktion von Brüchen	56
15. Lernprogramm Multiplikation	60
16. Lernprogramm Division	64
17. Notengebung	68
18. Abessinische Multiplikation	72
19. Spieldauer beim Tonbandgerät Revox A 77	76
20. Telefongebühren	80

## "GEOMETRISCHE REIHEN"

Der Summenwert  $S_n$  einer geometrischen Reihe mit  $n$  Summanden und dem Anfangsglied  $a_1$  berechnet sich nach der Formel

$$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Nach Eingabe von  $q$  und zwei weiteren beliebigen Werten wird der fehlende Wert berechnet und abgespeichert.

Das Programm geht davon aus, daß der Speicherinhalt des fehlenden Wertes Null ist und fragt bei (1) und (3) zunächst, welcher Wert berechnet werden soll.

Aus der oben angegebenen Formel ergeben sich die weiteren benötigten Formeln:

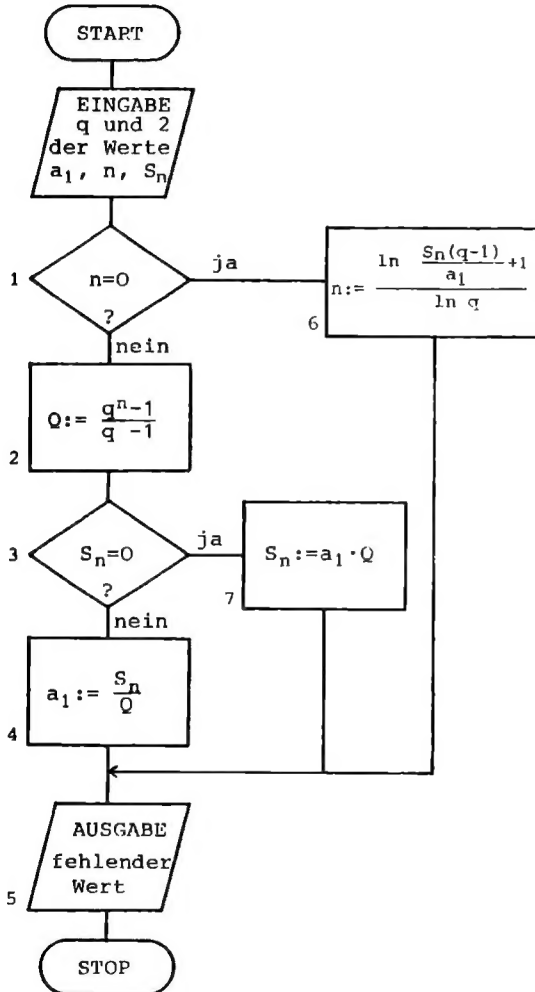
$$n = \frac{\ln \left( \frac{S_n (q-1)}{a_1} + 1 \right)}{\ln q}$$

$$a_1 = \frac{S_n}{\frac{q^n - 1}{q - 1}}$$

Die oben angegebene Formel läßt sich nicht nach  $q$  auflösen. Zur Berechnung von  $q$  wäre daher eine Iterationsformel nötig, und die an sich wünschenswerte Erweiterung des Programms (Berechnung irgendeines beliebigen fehlenden Wertes) ist aus Platzgründen nicht möglich.

# REGISTER

R <sub>0</sub>	S <sub>n</sub>	R <sub>4</sub>
R <sub>1</sub>	a <sub>1</sub>	R <sub>5</sub>
R <sub>2</sub>	q	R <sub>6</sub>
R <sub>3</sub>	n	R <sub>7</sub> Q



TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
1	00		
	01	24 03	RCL 3
	02	15 71	g x=0
	03	13 21	GTO 21
2	04	24 02	RCL 2
	05	21	X↔Y
	06	14 03	f y <sup>x</sup>
	07	01	1
	08	41	-
	09	24 02	RCL 2
	10	02	1
	11	41	-
	12	71	÷
	13	23 07	STO 7
	14	24 00	RCL 0
	15	15 71	g x=0
3	16	13 16	GTO 16
	17	24 07	RCL 7
4	18	71	÷
	19	23 01	STO 1
5	20	13 00	GTO 00
	21	24 00	RCL 0
6	22	24 02	RCL 2
	23	01	1
	24	41	-
	25	61	x
	26	24 01	RCL 1
	27	71	-
	28	01	1
	29	51	+
	30	14 07	f ln
	31	24 02	RCL 2
	32	14 07	f ln
	33	71	÷
	34	23 03	STO 3
5	35	13 00	GTO 00
	36	24 01	RCL 1
7	37	24 07	RCL 7
	38	61	x
	39	23 00	STO 0
5	40	13 00	GTO 00
	41		
	42		
	43		
	44		
	45		
	46		
	47		
	48		
	49		

## HP-25 Program Form

Titel "GEOMETRISCHE REIHEN"

Seite

[illegible]

**BEISPIEL:**

Berechnen Sie den Summenwert der durch folgende Zahlen festgelegten geometrischen Reihe:

$$a_1 = 1,5 \quad q = 4 \quad n = 10$$

**Lösung:**

Tasten	Anzeige
1,5 STO 1	
4 STO 2	
10 STO 3 R/S	524287,4996

## "WERTETAFEL BEI VORGEGEBENER SCHRITTLÄNGE h"

Das Programm berechnet die Funktionswerte einer beliebig definierbaren Funktion nach Eingabe eines Anfangswertes (linker Randpunkt des Intervalls, für das die Tafel aufgestellt werden soll) und einer Schrittlänge h.

Die Funktion muß ab Programmspeicherzeile 19 definiert werden. Dabei ist das Argument im Anzeigeregister X und in  $R_0$ . Als letzter Programmschritt ist GTO 06 einzugeben.

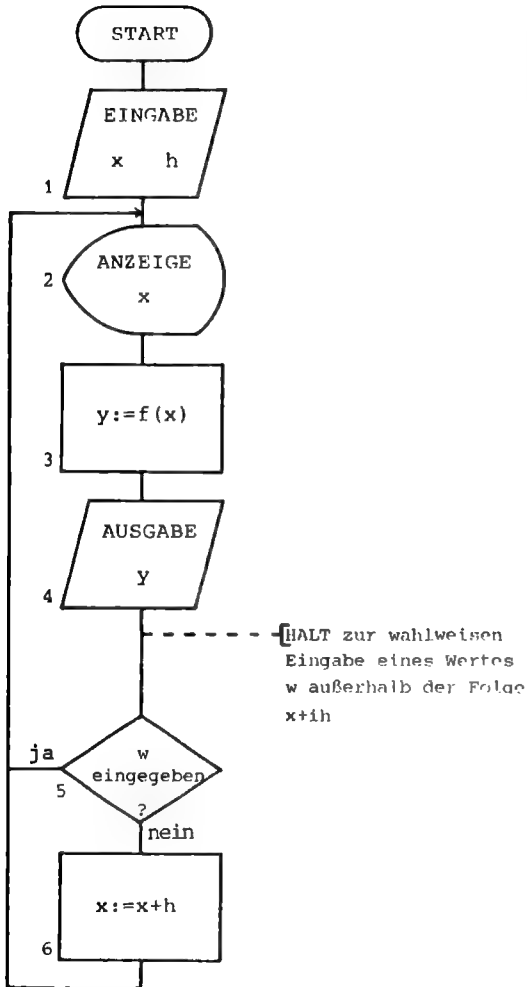
In (2) erfolgt der Sprung nach Zeile 19 um die Definition von  $f(x)$  zu erleichtern und der Rücksprung nach Zeile 06.

In (4) wird  $10^{99} + f(x)$  ins Y-Register gebracht,  $f(x)$  bleibt im X-Register für die Ausgabe von  $f(x)$ . Im allgemeinen ist daher  $x \neq y$  und die Sprunganweisung nach Zeile 13 wird ignoriert.

Falls aber ein x-Wert außerhalb der gewünschten Folge eingegeben wurde (x ENTER: R/S), ist die Bedingung  $x=y$  erfüllt und es erfolgt der Sprung nach Teil (2) ohne daß x durch  $x+h$  ersetzt und die Folge der x-Werte gestört wird.

# REGISTER

P <sub>0</sub>	x	R <sub>4</sub>
R <sub>1</sub>	h	R <sub>5</sub>
R <sub>2</sub>		R <sub>6</sub>
R <sub>3</sub>		R <sub>7</sub>



TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
	00		
1	01	23 01	STO 1
	02	21	X←Y
	03	23 00	STO 0
2	04	14 74	f PAUSE
	05	13 19	GTO 19
	06	13	EEX
4	07	09	9
	08	09	9
	09	21	X←Y
	10	51	+
	11	14 73	f LASTx
	12	74	R/S
	13	14 71	f x=y
5	14	13 04	GTO 04
	15	24 01	RCL 1
6	16	23 51 00	STO+O
	17	24 00	RCL 0
	18	13 04	GTO 04
3	19		
	20		
	21		
	22		
	23		
	24		
	25		
	26		
	27		
	28		
	29		
	30		
	31		
	32		
	33		
	34		
	35		
	36		
	37		
	38		
	39		
	40		
	41		
	42		
	43		
	44		
	45		
	46		
	47		
	48		
	49		

1. *Journal of the American Medical Association*, 1997; 277: 1033-1037.

Seite

- 10 -

### BEISPIEL:

Stellen Sie eine Wertetafel im Intervall  $[-2,2]$  mit der Schritt-  
länge  $h=0,5$  auf. Die Funktion sei  $y=(x+1)^2$

### Lösung:

Programm eintasten und ab Schritt 19 bis Schritt 22 eingeben:

1 + g  $x^2$  GTO 06 rechten Schieber auf RUN

Vorbereitungsschritt f PRGM -2 ↑ 0.5

Tasten	Anzeige	Ausgabe	
R/S	-2	1	
R/S	-1.5	0.25	
R/S	-1	0.00	
R/S	-0.5	0.25	
{ -0,75 ↑ R/S	-0.75	0.06	} Werte außerhalb der Reihe
{ -0,25 ↑ R/S	-0.25	0.56	
R/S	0	1.00	
R/S	0.5	2.25	u.s.w.

## "HORNERSCHEMA FÜR POLYNOME BIS ZUM GRAD 7"

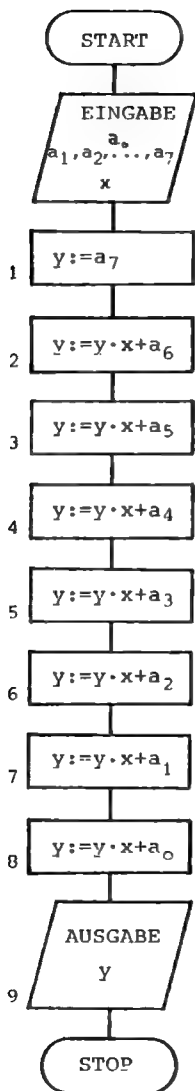
Formt man eine ganzrationale Funktion, z.B.  $y=2x^3-4x^2+5x-7$  um in

$$y = (2x^2-4x) \cdot x + 5x - 7$$

$$= ((2x-4) \cdot x + 5) \cdot x - 7$$

so hat man bei der Berechnung von  $f(x)$  statt acht Rechenoperationen nur sechs durchzuführen. Weiterhin wird das Potenzieren, was bei negativem  $x$  zu einer Fehlermeldung führt, vermieden. Dieses am Beispiel erläuterte Verfahren heißt Hornerschema und ist im Programmablaufplan genau dargestellt.

Die ständig sich wiederholenden Multiplikationen mit  $x$  werden mit Hilfe der Stackregister auf einfache Weise durchgeführt. Durch dreimaliges Drücken der ENTER-Taste wird  $x$  in alle Stackregister kopiert und steht ständig für die Multiplikationen zur Verfügung.



# REGISTER

R <sub>0</sub>	a <sub>0</sub>	R <sub>4</sub>	a <sub>4</sub>
R <sub>1</sub>	a <sub>1</sub>	R <sub>5</sub>	a <sub>5</sub>
R <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>	R <sub>6</sub>	a <sub>6</sub>
R <sub>3</sub>	a <sub>3</sub>	R <sub>7</sub>	a <sub>7</sub>

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
	00		
1	01	31	↑
	02	31	↑
	03	31	↑
	04	24 07	RCL 7
2	05	61	x
	06	24 06	RCL 6
	07	51	+
3	08	61	x
	09	24 05	RCL 5
	10	51	+
4	11	61	x
	12	24 04	RCL 4
	13	51	+
5	14	61	x
	15	24 03	RCL 3
	16	51	+
6	17	61	x
	18	24 02	RCL 2
	19	51	+
7	20	61	x
	21	24 01	RCL 1
	22	51	+
8	23	61	x
	24	24 00	RCL 0
	25	51	+
9	26	13 00	GPO 13
	27		
	28		
	29		
	30		
	31		
	32		
	33		
	34		
	35		
	36		
	37		
	38		
	39		
	40		
	41		
	42		
	43		
	44		
	45		
	46		
	47		
	48		
	49		

[illegible]

Seite \_\_\_\_\_

- 14 -

### BEISPIEL:

Berechnen Sie den Funktionswert von  $y = 6x^5 - 3x^4 + x^2 - 7$  an der Stelle  $x=2$  und  $x=-1,5$

### Lösung:

Tasten

Anzeige

f PRGM	f REG	6	STO 5
		-3	STO 4
		1	STO 2
		-7	STO 0
		2	R/S
		-1,5	R/S

141  
-65,50

## "NULLSTELLEN GANZRATIONALER FUNKTIONEN BIS ZUM GRAD 4"

Das Programm berechnet Nullstellen einer ganzrationalen Funktion von höchstens 4-tem Grade nach dem Newtonschen Näherungsverfahren

$$\text{ren} \quad x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

Funktionswerte und Ableitung werden nach dem Horner Schema berechnet. Dabei wird ausgenutzt, daß

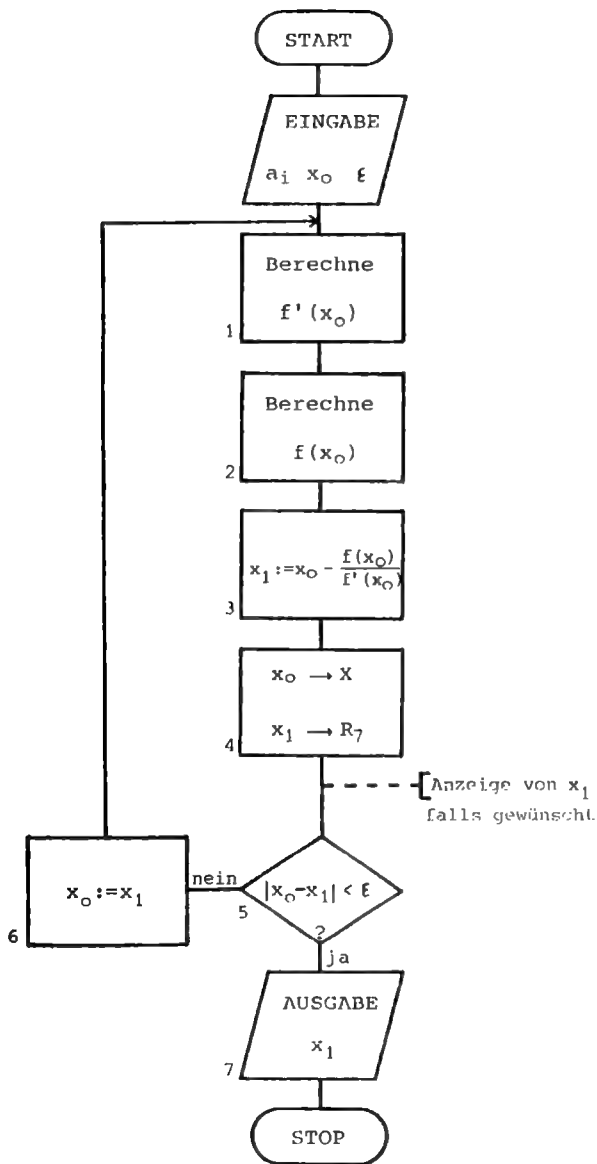
$$f'(x_0) = 4a_4x_0^3 + 3a_3x_0^2 + 2a_2x_0 + a_1$$

die Ableitung von

$$f(x_0) = a_4x_0^4 + a_3x_0^3 + a_2x_0^2 + a_1x_0 + a_0$$

ist.

Durch die Anzeige von  $x_0$  (Programmschritt 42) läßt sich die rasche Konvergenz des Verfahrens gut verfolgen.



# REGISTER

R <sub>0</sub>	a <sub>0</sub>	R <sub>4</sub>	a <sub>4</sub>
R <sub>1</sub>	a <sub>1</sub>	R <sub>5</sub>	f'(x <sub>0</sub> )
R <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>	R <sub>6</sub>	ε
R <sub>3</sub>	a <sub>3</sub>	R <sub>7</sub>	x <sub>0</sub>

TEIL	ZFILE	CODE	TASTER
1	00		
	01	24 07	RCL 7
	02	31	↑
	03	31	↑
	04	31	↑
	05	24 04	RCL 4
	06	04	4
	07	61	x
	08	61	x
	09	24 03	RCL 3
	10	03	3
	11	61	x
	12	51	+
	13	61	x
	14	24 02	RCL 2
	15	02	2
	16	61	x
	17	51	+
	18	61	x
	19	24 01	RCL 1
	20	51	+
	21	23 05	STO 5
2	22	34	CLX
	23	24 04	RCL 4
	24	61	x
	25	24 03	RCL 3
	26	51	+
	27	61	x
	28	24 02	RCL 2
	29	51	+
	30	61	x
	31	24 01	RCL 1
	32	51	+
	33	61	x
	34	24 00	RCL 0
	35	51	+
3	36	24 05	RCL 5
	37	71	÷
	38	41	-
4	39	24 07	RCL 7
	40	21	x ← y
	41	23 07	STO 7
5	42	14 74	f PAUSE
	43	41	-
	44	15 03	q ABS
	45	24 06	RCL 6
	46	14 41	f x ← y
	47	13 01	GTO 01
	48	24 07	RCL 7
i	49	13 00	GTO 00

1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 2622, 2623, 2624, 2625, 2626, 2627, 2628, 2629, 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2635, 2636, 2637, 2638, 2639, 2640, 2641, 2642, 2643, 2644, 2645, 2646, 2647, 2648, 2649, 2650, 2651, 2652, 2653, 2654, 2655, 2656, 2657, 2658, 2659, 2660, 2661, 2662, 2663, 2664, 2665, 2666, 2667, 2668, 2669, 2670, 2671, 2672, 2673, 2674, 2675, 2676, 2677, 2678, 26

Seite

[illegible]

### BEISPIEL:

Berechnen Sie die positive Nullstelle von  $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$   
mit einem Startwert  $x_0=2$  und  $\epsilon=0,01$

### Lösung:

Tasten	Anzeige
-2    STO 0	
-1    STO 1	
2     STO 2	
1     STO 3	
0,01 STO 6	
2     STO 7    R/S	1,00002

Nach fünf Durchgängen bricht das Verfahren ab und 1,00002 wird  
als Nullstelle angezeigt.

## "NULLSTELLEN VON FUNKTIONEN"

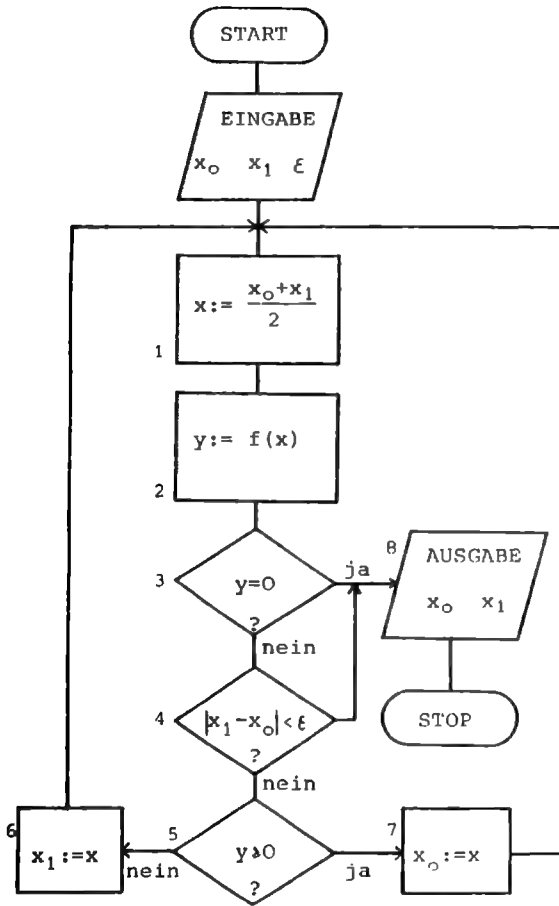
Zu einer Funktion  $f(x)$  sei ein Intervall  $(x_0, x_1)$  bekannt, in dem die Funktionswerte am Rand verschiedene Vorzeichen haben. Das Programm ermittelt durch fortgesetzte Intervallhalbierung und Bestimmung des Vorzeichens von  $f\left(\frac{x_0+x_1}{2}\right)$  ein neues, halb so langes Intervall, das die Nullstelle enthält. Die neuen Intervallgrenzen werden durch (6) bzw. (7) festgelegt.

Das Verfahren bricht ab, falls eine Stelle  $x$  mit  $f(x)=0$  erreicht wird (3) oder die Genauigkeitsschranke  $\varepsilon$  unterschritten ist (4). Es werden beide Intervallgrenzen des Intervalls ausgegeben, das die Nullstelle enthält.

Für stetige Funktionen muß das Verfahren nach dem Zwischenwertsatz der Analysis konvergieren.

# REGISTER

R <sub>0</sub>	x <sub>0</sub>	R <sub>4</sub>	
R <sub>1</sub>	x <sub>1</sub>	R <sub>5</sub>	
R <sub>2</sub>	x	R <sub>6</sub>	
R <sub>3</sub>		R <sub>7</sub>	ε



TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
	00		
1	01	24 00	RCL 0
	02	24 01	RCL 1
	03	51	+
	04	02	2
	05	71	÷
	06	23 02	STO 2
	07		
2	08		
	09		
	10		
	11		
	12		
	13		
	14		
	15		
	16		Frei
	17		für
	18		f(x)
	19		
	20		
	21		
	22		
	23		
	24		
	25		
	26		
	27		
	28		
3	29	15 71	g x=0
	30	13 48	GTO 48
	31	24 07	RCL 7
4	32	24 01	RCL 1
	33	24 00	RCL 0
	34	41	-
	35	15 03	g ABS
	36	14 41	f x*y
	37	13 48	GTO 48
	38	22	R ↓
5	39	22	R ↓
	40	15 51	g x>0
	41	13 45	GTO 45
	42	24 02	RCL 2
6	43	23 01	STO 1
	44	13 01	GTO 01
	45	24 02	RCL 2
7	46	23 00	STO 0
	47	13 01	GTO 01
	48	24 00	RCL 0
8	48	24 00	RCL 0
	49	24 01	RCL 1

# HP-25 Program Form

Titel "NULLSTELLEN VON FUNKTIONEN"

Seite

[illegible]

### BEISPIEL:

Berechnen Sie die positive Nullstelle von  $y = 4x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 7x - 8$  im Intervall  $(1;1,5)$

Mit Hilfe des in dieser Sammlung angegebenen Hornerschemas ermittelt man  $f(1)=-9$  und  $f(1,5)=2,875$ . Also ist  $x_0:=1,5$  und  $x_1:=1$  zu setzen.

### Lösung:

1) Nach Eintasten der Schritte 01 bis 06 tastet man gemäß Horner-schema ein:

4 x 3 - x 5 + x 7 - x 8 - GTO 29

und SST drücken bis Programmzeile 28 erscheint; danach den Rest des Programms eintasten.

Schieber auf RUN stellen.

f PRGM und f REG drücken

2) Tasten

1,5 STO 0

1 STO 1

Anzeige

0,001 STO 7

R/S

1,424805

X $\leftrightarrow$ Y

1,425781

Eine Nullstelle liegt im Intervall  $(1,424;1,426)$

## "SIMPSONSCHE REGEL"

Das Programm hat gegenüber dem in der Sammlung von HP angegebenen den Vorteil, daß die Funktionswerte nicht einzeln eingegeben werden müssen, sondern im Programm selbst (17 Schritte zur Definition von  $y=f(x)$ )

Die Simpsonsche Regel lautet:

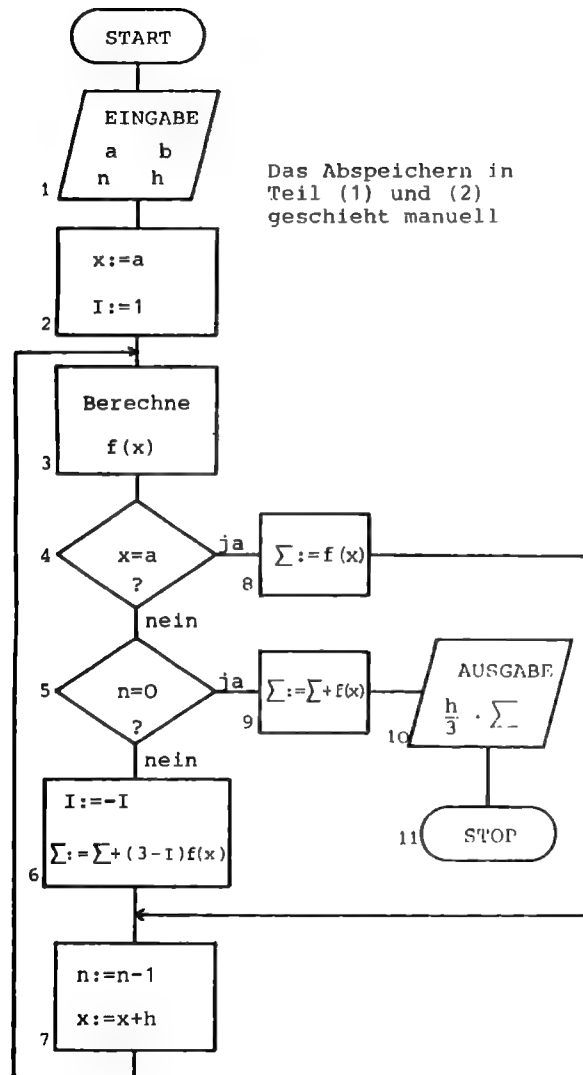
$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n)$$

Dabei muß  $n$  eine gerade Zahl sein,  $y_i := a + ih$ ,  $h := \frac{b-a}{n}$

Die Lösung sei mit  $\Sigma$  bezeichnet.

In Teil (8) ist  $\Sigma := y_0$  gesetzt, dann müssen abwechselnd das 4-fache bzw. das 2-fache des nächsten Funktionswertes addiert werden. Das wird in Teil (6) dadurch gelöst, daß eine Variable  $I$  eingeführt wird, die die Werte  $+1$  und  $-1$  annehmen kann und abwechselnd das  $(3+1)$ -fache bzw.  $(3-1)$ -fache von  $f(x)$  zu  $\Sigma$  addiert wird.

Beim letzten Schleifendurchlauf erfolgt in (9) Addition von  $y_n$ , Multiplikation mit  $\frac{h}{3}$  und Ausgabe des Näherungswertes.



# REGISTER

R <sub>0</sub>	a	R <sub>4</sub>	x
R <sub>1</sub>	b	R <sub>5</sub>	f(x)
R <sub>2</sub>	n	R <sub>6</sub>	Σ
R <sub>3</sub>	h	R <sub>7</sub>	I=±1

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
11	00	////	////
3	01	24 04	RCL 4
	02		
	03		
	04		
	05		
	06		
	07		
	08		
	09		
	10		
	11		
	12		
	13		
	14		
	15		
	16		
	17		
	18		
	19	23 05	STO 5
4	20	24 04	RCL 4
	21	24 00	RCL 0
	22	14 71	f x=y
	23	13 40	GTO 40
5	24	24 02	RCL 2
	25	15 71	q X=0
6	26	13 43	GTO 43
	27	03	3
	28	24 07	RCL 7
	29	32	CHS
	30	23 07	STO 7
	31	41	-
	32	24 05	RCL 5
	33	61	x
	34	23 51 06	STO+6
	35	01	1
7	36	23 41 02	STO-2
	37	24 03	RCL 3
	38	23 51 04	STO+4
	39	13 01	GTO 01
8	40	24 05	RCL 5
	41	23 06	STO 6
9	42	13 35	GTO 35
	43	24 05	RCL 5
	44	23 51 06	STO+6
10	45	24 03	RCL 3
	46	03	3
	47	71	+
	48	23 61 06	STOx6
	49	24 06	RCL 6

1000

Seite

- 26 -

### BEISPIEL:

Es ist  $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx$  nach der Simpsonschen Regel für  $n=4$  zu berechnen.

Lösung:

1) Man tastet Schritt 01 ein und ab Schritt 02

$g \ x^2 \ 1 \ + \ g \ \frac{1}{x} \ GTO \ 19$  und dann  
SST drücken bis Zeile 18 erscheint.

Dann den Rest des Programms eintasten.

2) Eingabe per Hand:

0 STO 0      0 STO 4

1 STO 1      1 STO 7

4 STO 2

0,25 STO 3

3) Starten                      R/S                      Anzeige: 0,785392

Der Wert des Integrals läßt sich auch exakt berechnen:

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx = [\arctan x]_0^1 = 0,785398$$

Drücken Sie  $g \ RAD \ 1 \ g \ tan^{-1}$

Die Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert ist also schon  
für  $n=4$  sehr gut.

## "DETERMINANTE EINER 3x3 MATRIX"

Das Problem besteht darin, daß nur 8 Datenspeicher für die 9 Koeffizienten der Matrix zur Verfügung stehen. Es wird dadurch gelöst, daß einer der Koeffizienten im X-Register gespeichert wird.

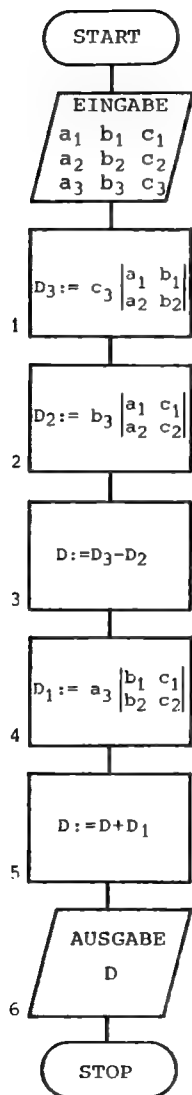
Die Speicherung der Koeffizienten der Determinante  $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

erfolgt so, daß eine möglichst gute Übereinstimmung mit dem Tastenfeld des HP-25 erreicht wird,  $c_3$  bleibt im X-Register.

Die Berechnung der Determinante erfolgt durch Entwicklung nach der letzten Zeile von rechts nach links. Dadurch wird der im X-Register gespeicherte Koeffizient  $c_3$  nur einmal am Anfang der Rechnung benötigt.

Mit Hilfe dieses Programms lassen sich gemäß der Cramerschen Regel auch Gleichungssysteme mit 3 Variablen lösen, wobei die Zwischenergebnisse mit der Hand notiert werden müssen.

Die Lösung des Beispiel 2 dauert nach Eintasten des Programms etwa zwei Minuten.



# REGISTER

$R_0$	$a_3$	$R_4$	$a_1$
$R_1$	$a_2$	$R_5$	$b_1$
$R_2$	$b_2$	$R_6$	$c_1$
$R_3$	$c_2$	$R_7$	$b_3$

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
1	00		
	01	24 04	RCL 4
	02	24 02	RCL 2
	03	61	x
	04	24 05	RCL 5
	05	24 01	RCL 1
	06	61	x
	07	41	-
2	08	61	x
	09	24 04	RCL 4
	10	24 03	RCL 3
	11	61	x
	12	24 06	RCL 6
	13	24 01	RCL 1
	14	61	x
	15	41	-
3	16	24 07	RCL 7
	17	61	x
4	18	41	-
	19	24 05	RCL 5
	20	24 03	RCL 3
	21	61	x
	22	24 06	RCL 6
	23	24 02	RCL 2
	24	61	x
	25	41	-
	26	24 00	RCL 0
	27	61	x
5	28	51	+
6	29	13 00	GTO 00
	30		
	31		
	32		
	33		
	34		
	35		
	36		
	37		
	38		
	39		
	40		
	41		
	42		
	43		
	44		
	45		
	46		
	47		
	48		
	49		

## HP-25 Program Form

Titel "DETERMINANTE EINER 3x3 MATRIX"

Seite

[illegible]

### BEISPIELE:

1. Berechnen Sie den Wert von  $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -3 & 0,5 & 5 \\ 0 & -4 & 3 \end{vmatrix}$

Lösung:  $D = 76,00$

2. Lösen Sie das Gleichungssystem

$$x + y - z = 1$$

$$2x + 3y - 3z = 0$$

$$3x - 2y + z = 6$$

Lösung:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -3 \\ 6 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -3$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -3 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = -5$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & -2 & 6 \end{vmatrix} = -7$$

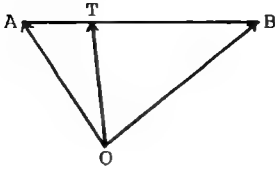
$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-3}{-1} = 3$$

$$y = 5$$

$$z = 7$$

## "TEILPUNKT EINER STRECKE"

Das Teilverhältnis  $\tau$  ist definiert durch  $\vec{AT} = \tau \cdot \vec{TB}$

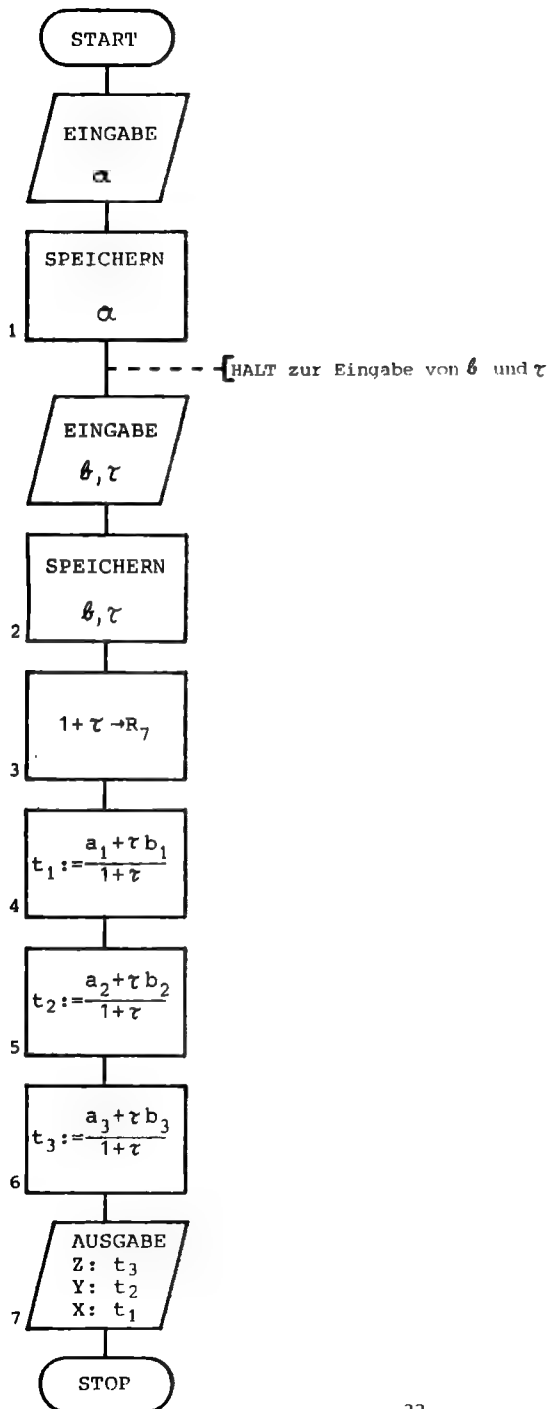


Zwischen den Ortsvektoren von A, B und T besteht dann die Beziehung

$$\vec{t} = \frac{\vec{a} + \tau \vec{b}}{1 + \tau}$$

In dem Programm werden die Stackregister ausgenutzt, um auf bequeme Weise den Vektor  $\vec{a}$  einzugeben und abzuspeichern. Dann hält der Rechner zur Entgegennahme der drei Komponenten von  $\vec{b}$  und des Teilverhältnisses  $\tau$ , um dann die Werte abzuspeichern und die Rechnung durchzuführen.

Die Ausgabe der Komponenten von  $\vec{t}$  erfolgt über die Stackregister.



# REGISTER

R <sub>0</sub>	τ	R <sub>4</sub>	b <sub>1</sub>
R <sub>1</sub>	a <sub>1</sub>	R <sub>5</sub>	b <sub>2</sub>
R <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>	R <sub>6</sub>	b <sub>3</sub>
R <sub>3</sub>	a <sub>3</sub>	R <sub>7</sub>	1 + τ

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
1	00		
	01	23 03	STO 3
	02	22	R
	03	23 02	STO 2
	04	22	R
	05	23 01	STO 1
2	06	74	R/S
	07	23 00	STO 0
	08	23 07	STO 7
	09	22	R
	10	23 06	STO 6
	11	22	R
3	12	23 05	STO 5
	13	22	R
	14	23 04	STO 4
	15	01	1
	16	23 51 07	STO+7
	17	24 00	RCL 0
6	18	24 06	RCL 6
	19	61	x
	20	24 03	RCL 3
	21	51	+
	22	24 07	RCL 7
	23	71	+
5	24	24 00	RCL 0
	25	24 05	RCL 5
	26	61	x
	27	24 02	RCL 2
	28	51	+
	29	24 07	RCL 7
4	30	71	+
	31	24 00	RCL 0
	32	24 04	RCL 4
	33	61	x
	34	24 01	RCL 1
	35	51	+
7	36	24 07	RCL 7
	37	71	+
	38	13 00	GTO 00
	39		
	40		
	41		
	42		
	43		
	44		
	45		
	46		
	47		
	48		
	49		

© 2006 Blackwell Publishing Ltd *Journal of Internal Medicine* 260: 353–361

Seite

2

### BEISPIEL:

Durch welchen Punkt wird die Strecke  $\overline{AB}$  mit  $A(-5/2/-3)$  und  $B(-2/11/9)$  im Verhältnis  $\tau = 1:2$  geteilt?

### Lösung:

Tasten	Anzeige
-5 ↑ 2 ↑ -3      R/S	
-2 ↑ 11 ↑ 9 ↑ 0.5   R/S	-4
R↓	5
R↓	1

### Ergebnis:

Der Teilpunkt ist  $T(-4/5/1)$ .

## "HESSESCHES NORMALENFORM"

Das Programm berechnet die Hessesche Normalenform

$$\text{HNF: } \vec{n} \cdot \vec{p} = d$$

einer Ebenengleichung, die in der Parameterform

$$\text{PF: } \vec{p} = \vec{a} + \lambda \vec{u} + \mu \vec{v}$$

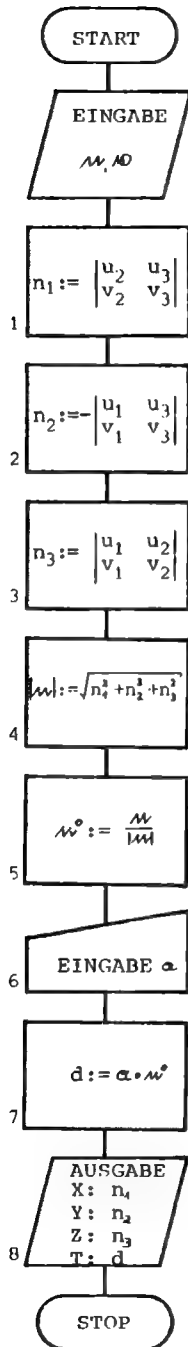
vorgegeben ist.

Falls  $d > 0$ , zeigt  $\vec{n}$  vom Ursprung auf die Ebene; falls  $d < 0$  sollte man die Vorzeichen von  $d$  und den Komponenten von  $\vec{n}$  wechseln, um die übliche Normierung zu erreichen.

In (1), (2) und (3) wird zunächst ein Normalenvektor berechnet

nach 
$$\vec{n} = \begin{pmatrix} u_2 v_3 - v_2 u_3 \\ -u_1 v_3 + v_1 u_3 \\ u_1 v_2 - v_1 u_2 \end{pmatrix}$$

und in (4) dessen Länge berechnet. In (5) ergibt sich  $\vec{n}$  durch Division von  $\vec{n}$  durch die Länge von  $\vec{n}$ . Nach Eingabe von  $a$  kann in (7)  $d$  berechnet werden und in (8) die Ausgabe in den Stackregistern erfolgen.



# REGISTER

R <sub>0</sub>	n <sub>1</sub>	n <sub>1</sub> <sup>0</sup>	R <sub>4</sub>	v <sub>1</sub>
R <sub>1</sub>	u <sub>1</sub>		R <sub>5</sub>	v <sub>2</sub>
R <sub>2</sub>	u <sub>2</sub>		R <sub>6</sub>	v <sub>3</sub> n <sub>2</sub> <sup>0</sup>
R <sub>3</sub>	u <sub>3</sub>		R <sub>7</sub>	n <sub>3</sub> <sup>0</sup>

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
1	00		
	01	24 02	RCL 2
	02	24 06	RCL 6
	03	61	x
	04	24 05	RCL 5
	05	24 03	RCL 3
	06	61	x
	07	41	-
2	08	23 00	STO 0
	09	24 03	RCL 3
	10	24 04	RCL 4
	11	61	x
	12	24 06	RCL 6
	13	24 01	RCL 1
	14	61	x
	15	41	-
3	16	23 06	STO 6
	17	24 01	RCL 1
	18	24 05	RCL 5
	19	61	x
	20	24 04	RCL 4
	21	24 02	RCL 2
	22	61	x
	23	41	-
4	24	23 07	STO 7
	25	15 02	g x <sup>2</sup>
	26	24 06	RCL 6
	27	15 02	g x <sup>2</sup>
	28	51	+
	29	24 00	RCL 0
	30	15 02	g x <sup>2</sup>
	31	51	+
5	32	14 02	f √x
	33	23 71 00	STO-0
	34	23 71 06	STO+6
	35	23 71 07	STO+7
6	36	74	R/S
7	37	24 07	RCL 7
	38	61	x
	39	21	X+Y
	40	24 06	RCL 6
	41	61	x
	42	51	+
	43	21	X+Y
	44	24 00	RCL 0
8	45	61	x
	46	51	+
	47	24 07	RCL 7
	48	24 06	RCL 6
	49	24 00	RCL 0

# HP-25 Program Form

Titel "HESSESCHE NORMALENFORM"

Seite

[illegible]

### BEISPIEL:

Berechnen Sie die HNF von  $E: \varrho = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

### Lösung:

Der Rechner liefert in den Stackregistern:

X:  $n_1 = 0,67$

Y:  $n_2 = -0,33$

Z:  $n_3 = -0,67$

T:  $d = -2$

Wir wechseln überall die Vorzeichen, damit  $d > 0$  erfüllt ist und

erhalten:  $E: \begin{pmatrix} -0,67 \\ 0,33 \\ 0,67 \end{pmatrix} \circ \varrho = 2$

als Hessesche Normalenform der Ebenengleichung.

## "SCHNITTGERADE ZWEIER EBENEN"

Gegeben seien die Gleichungen zweier Ebenen

$$E_1: \mathcal{M} \circ \varphi - k = 0 \quad \text{und} \quad E_2: \varphi' = \alpha + \lambda \mathcal{A} + \mu \mathcal{M}$$

Falls  $\mathcal{M}$  senkrecht ist zu  $\mathcal{A}$  und zu  $\mathcal{M}$ , so ist  $E_1$  parallel zu  $E_2$  und es existiert keine Schnittgerade. Sei die Bezeichnung so gewählt, daß  $\mathcal{A} \circ \mathcal{M} \neq 0$ .

Die Gleichung der Schnittgeraden berechnet sich dann folgendermaßen:

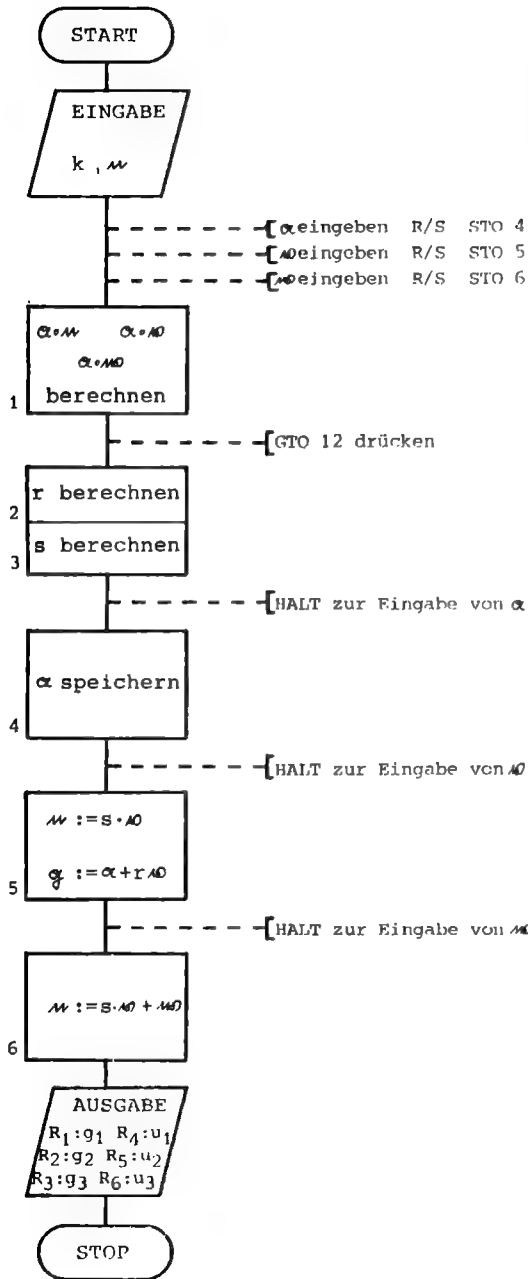
$$g: \mathcal{M} \circ (\alpha + \lambda' \mathcal{A} + \mu' \mathcal{M}) - k = 0 \quad \text{und daraus folgt}$$

$$\lambda' = \underbrace{\frac{k - \mathcal{M} \circ \alpha}{\mathcal{M} \circ \mathcal{A}}}_{:=r} + \left( \underbrace{- \frac{\mathcal{M} \circ \mathcal{M}}{\mathcal{M} \circ \mathcal{A}}}_{:=s} \right) \mu'$$

Die Konstanten werden mit  $r$  bzw.  $s$  bezeichnet und durch Einsetzen in die Gleichung von  $E_2$  folgt:

$$\begin{aligned} g: \varphi' &= \alpha + (r+s\mu')\mathcal{A} + \mu'\mathcal{M} \\ &= \underbrace{(\alpha + r\mathcal{A})}_{:=\mathfrak{g}} + \mu' \underbrace{(s\mathcal{A} + \mathcal{M})}_{:=\tilde{\mathcal{M}}} \\ &= \mathfrak{g} + \mu' \tilde{\mathcal{M}} \end{aligned}$$

Das Programm erfordert wegen der beschränkten Speicherzahl zweimaliges Eingeben von  $\alpha$ ,  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{M}$ . Da die Komponenten der Vektoren aber aus dem Stackregister abgerufen werden, ist das Programm recht bequem zu handhaben.



# REGISTER

R <sub>0</sub>	k	r		R <sub>4</sub>	α = M	u <sub>1</sub>
R <sub>1</sub>	n <sub>1</sub>	a <sub>1</sub>	g <sub>1</sub>	R <sub>5</sub>	M = M	u <sub>2</sub>
R <sub>2</sub>	n <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>	g <sub>2</sub>	R <sub>6</sub>	M = M	u <sub>3</sub>
R <sub>3</sub>	n <sub>3</sub>	a <sub>3</sub>	g <sub>3</sub>	R <sub>7</sub>		

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
1	00		
	01	24 03	RCL 3
	02	61	x
	03	21	x+y
	04	24 02	RCL 2
	05	61	x
	06	51	+
	07	21	x·y
	08	24 01	RCL 1
	09	61	x
	10	51	+
2	11	13 00	GTO 00
	12	24 04	RCL 4
	13	23 41 00	STO-0
	14	24 06	RCL 6
	15	24 05	RCL 5
3	16	23 71 00	STO+0
	17	71	+
	18	32	CHS
	19	23 04	STO 4
	20	23 05	STO 5
	21	23 06	STO 6
4	22	74	R/S
	23	21 03	STO 3
	24	22	R↓
	25	23 02	STO 2
	26	22	R↓
	27	23 01	STO 1
	28	74	R/S
5	29	23 61 06	STOx6
	30	24 00	RCL 0
	31	61	x
	32	23 51 03	STO+3
	33	22	R↓
	34	23 61 05	STOx5
	35	24 00	RCL 0
	36	61	x
	37	23 51 02	STO+2
	38	22	R↓
	39	23 61 04	STOx4
	40	24 00	RCL 0
	41	61	x
	42	23 51 01	STO+1
	43	74	R/S
6	44	21 51 06	STO+6
	45	22	R↓
	46	23 51 05	STO+5
	47	22	R↓
	48	23 51 04	STO+4
	49	13 00	GTO 00

# HP-25 Program Form

Titel "SCHNITTGERADE  $E_1 \cap E_2$ "

Seite

NR.	ANWEISUNG	WERTE	TASTEN				ANZEIGE
1	Programm eintasten						
2	Werte speichern	k	STO	0			
		n <sub>1</sub>	STO	1			
		n <sub>2</sub>	STO	2			
		n <sub>3</sub>	STO	3			
3	$\alpha$ eingeben	a <sub>1</sub>	↑	a <sub>2</sub>	↑	a <sub>3</sub>	
			R/S				$\alpha \cdot M$
	und $\alpha \cdot M$ speichern		STO	4			
4	$M0$ eingeben	v <sub>1</sub>	↑	v <sub>2</sub>	↑	v <sub>3</sub>	
			R/S				$M0 \cdot M$
	und $M0 \cdot M$ speichern		STO	5			
5	$M0$ eingeben	w <sub>1</sub>	↑	w <sub>2</sub>	↑	w <sub>3</sub>	
			R/S				$M0 \cdot M$
	und $M0 \cdot M$ speichern		STO	6			
6	Faktoren berechnen		GTO	12	R/S		s
7	$\alpha$ eingeben	a <sub>1</sub>	↑	a <sub>2</sub>	↑	a <sub>3</sub>	
			R/S				
8	$M0$ eingeben	v <sub>1</sub>	↑	v <sub>2</sub>	↑	v <sub>3</sub>	
			R/S				
9	$M0$ eingeben	w <sub>1</sub>	↑	w <sub>2</sub>	↑	w <sub>3</sub>	
			R/S				
10	Ergebnis abrufen		RCL	1			g <sub>1</sub>
			RCL	2			g <sub>2</sub>
			RCL	3			g <sub>3</sub>
			RCL	4			u <sub>1</sub>
			RCL	5			u <sub>2</sub>
			RCL	6			u <sub>3</sub>
11	Für eine neue Rechnung gehen Sie nach 2						

### BEISPIEL:

Gegeben sind die Ebenen

$$E_1: \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \ell - 21 = 0 \quad E_2: = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Gesucht ist die Gleichung der Schnittgeraden.

### Lösung:

Anweisung	Tasten	Anzeige
Nr. 2	21 STO 0 1 STO 1 2 STO 2 1 STO 3	
Nr. 3	2 ↑ 3 ↑ 1 R/S STO 4	9.00
Nr. 4	-1 ↑ 3 ↑ 1 R/S STO 5	6.00
Nr. 5	4 ↑ 5 ↑ -2 R/S STO 6	12.00
Nr. 6	GTO 12 R/S	-2.00
Nr. 7	2 ↑ 3 ↑ 1 R/S	2.00
Nr. 8	-1 ↑ 3 ↑ 1 R/S	-2.00
Nr. 9	4 ↑ 5 ↑ -2 R/S	4.00
Nr. 10	Zum Abruf des Ergebnisses die entsprechenden Speicherinhalte abrufen.	

$$g: \ell = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

## "BINOMIALVERTEILUNG $B_{n;p}(X=i)$ UND $B_{n;p}(i < X < j)$ "

Führt man ein Zufallsexperiment mit zwei möglichen Ausgängen (Treffer und Niete genannt)  $n$ -mal durch, so spricht man auch von einer Bernoullikette der Länge  $n$ .

Sei  $p$  die Wahrscheinlichkeit für Treffer, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß genau  $i$  Treffer erzielt werden:

$$B_{n;p}(X=i) = \binom{n}{i} p^i q^{n-i}$$

Für die Berechnung der summierten Wahrscheinlichkeiten wird die folgende Rekursionsformel benutzt:

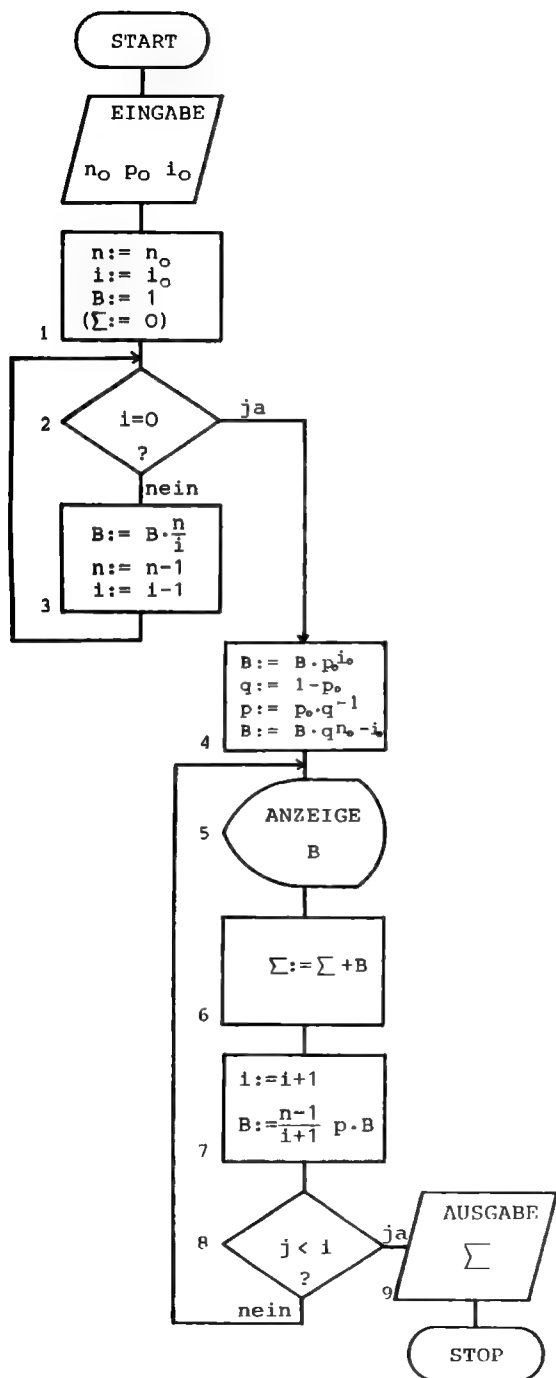
$$B_{n;p}(X=i+1) = B_{n;p}(X=i) \frac{n-i}{i+1} \frac{p}{q}$$

In der Schleife (2), (3) wird der Binomialkoeffizient berechnet nach  $\binom{n}{i} = \frac{n}{i} \frac{n-1}{i-1} \frac{n-2}{i-2} \dots$ , und als  $B$  bezeichnet. Hierfür werden in (1) zunächst die beiden Variablen  $n$  und  $i$  definiert, sowie  $B$  wegen der fortgesetzten Multiplikationen auf 1 gesetzt. Die Setzung  $\Sigma=0$  ist im Programm nicht nötig, da der Speicherinhalt von  $R_6$  zu Beginn Null ist.

In (4) wird  $B$  zunächst mit  $p^i$  multipliziert,  $q$  berechnet und dann der Quotient  $\frac{p}{q}$  sofort mit  $p$  bezeichnet, weil er für die Rekursionsformel gebraucht wird. Dann erst wird  $B$  mit  $q^{n-i}$  multipliziert und  $B_{n;p}(X=i)$  angezeigt.

In (8) erfolgt die Berechnung des nächsten Summanden nach der angegebenen Rekursionsformel. Vor der Division mit  $i+1$  erfolgt die Erhöhung der Schleifenvariablen  $i:=i+1$ .

Bei der Berechnung von  $B_{n;p}(X=i)$  ist  $j=0$  gesetzt. Das Programm hält nach der Berechnung des ersten Summanden,  $j$  braucht also nicht eingegeben zu werden.



# REGISTER

R <sub>0</sub>	n <sub>0</sub>	R <sub>4</sub>	n
R <sub>1</sub>	p <sub>0</sub>	R <sub>5</sub>	i
R <sub>2</sub>	i <sub>0</sub>	R <sub>6</sub>	Σ
R <sub>3</sub>	j	R <sub>7</sub>	B

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
1	01	24 00	RCL 0
	02	23 04	STO 4
	03	24 02	RCL 2
	04	23 05	STO 5
	05	01	1
	06	23 07	STO 7
2	07	24 04	RCL 4
	08	24 05	RCL 5
	09	15 71	g x=0
	10	13 17	GTO 17
3	11	71	+
	12	23 61 07	STOx7
	13	01	1
	14	23 41 04	STO-4
	15	23 41 05	STO-5
	16	13 07	GTO 07
4	17	24 01	RCL 1
	18	24 02	RCL 2
	19	14 03	f y <sup>x</sup>
	20	23 61 07	STOx7
	21	01	1
	22	24 01	RCL 1
	23	41	-
	24	23 71 01	STO+1
	25	24 00	RCL 0
	26	24 02	RCL 2
	27	41	-
	28	14 03	f y <sup>x</sup>
	29	23 61 07	STOx7
5	30	24 07	RCL 7
	31	14 74	f PAUSE
6	32	23 51 06	STO+6
7	33	24 00	RCL 0
	34	24 02	RCL 2
	35	41	-
	36	24 02	RCL 2
	37	01	1
	38	51	+
	39	23 02	STO 2
	40	71	+
	41	24 01	RCL 1
	42	61	x
	43	23 61 07	STOx7
8	44	24 02	RCL 2
	45	24 03	RCL 3
	46	14 41	f x·y
	47	13 49	GTO 49
	48	13 30	GTO 30
9	49	24 06	RCL 6

# HP-25 Program Form

Titel "BINOMIALVERTEILUNG"

Seite

[illegible]

### BEISPIEL:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, daß beim Roulette in hundert aufeinanderfolgenden Ausspielungen

- a) keinmal die Null
- b) mehr als dreimal die Null ausgespielt wird.

### Lösung:

Die Wahrscheinlichkeit, daß bei einer Ausspielung im Roulette die Null erscheint, ist  $1/37$ .

- a)  $B_{100; 1/37}(X=0) = 0,0646$
- b)  $B_{100; 1/37}(4 \leq X \leq 100) = 0,2856$

Der Rechner benötigt eine Rechenzeit von mehr als zwei Minuten. Schneller hat man die Lösung, wenn man die Gegenwahrscheinlichkeit berechnet.

$$B_{100; 1/37}(4 \leq X \leq 100) = 1 - B_{100; 1/37}(0 \leq X \leq 3) = 1 - 0,7144 = 0,2856$$

## "POISSONVERTEILUNG"

Die Poissonverteilung wird auch als "Verteilung seltener Ereignisse" bezeichnet. Für große  $n$  und kleine  $p$  stellt sie eine gute Näherung der Binomialverteilung dar.

Die Poissonverteilung ist definiert durch

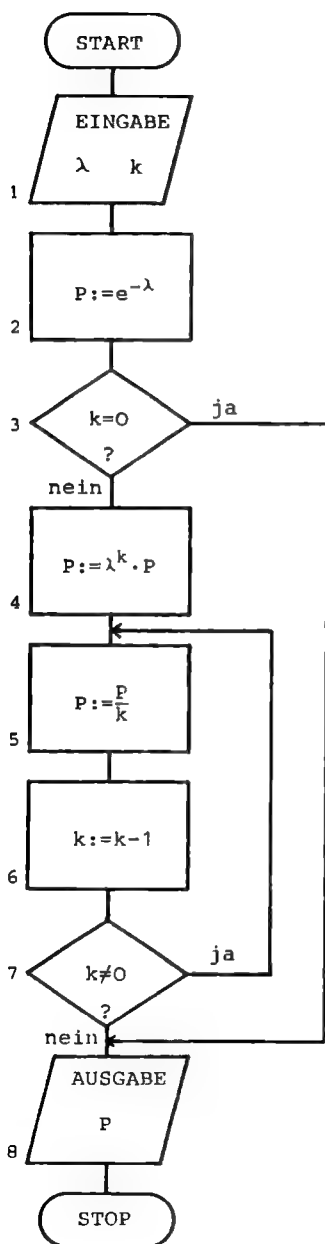
$$P_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

In der Praxis wird man hinreichend genaue Ergebnisse für  $n \gg 30$  und  $p < 0,1$  erhalten. Man bezeichnet  $\lambda := n \cdot p$  als Parameter der Poissonverteilung;  $\lambda$  ist gleichzeitig der Erwartungswert der Verteilung.

Beispiele für die Anwendung der Poissonverteilung sind die

- Verteilung von Druckfehlern pro Seite in Büchern
- Verteilung von Unkrautsamen in der Samentüte
- Verteilung der Feuersalarme pro Tag in einer Großstadt

Damit das Programm auch für  $k=0$  anwendbar ist, ist die Abfrage(3) erforderlich. Vorher wird aber  $\lambda$  abgerufen, damit für die Potenzbildung  $\lambda^k$  Programmschritte gespart werden.



# REGISTER

R <sub>0</sub>	P	R <sub>4</sub>
R <sub>1</sub>	λ	R <sub>5</sub>
R <sub>2</sub>	k	R <sub>6</sub>
R <sub>3</sub>		R <sub>7</sub>

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
	00		
	01	23 02	STO 2
1	02	21	X↔Y
	03	23 01	STO 1
	04	01	1
	05	15 07	g e <sup>x</sup>
2	06	24 01	RCL 1
	07	32	CHS
	08	14 03	f y <sup>x</sup>
	09	23 00	STO 0
	10	24 01	RCL 1
3	11	24 02	RCL 2
	12	15 71	g x=0
	13	13 22	GTO 22
4	14	14 03	f y <sup>x</sup>
	15	23 61 00	STOX 0
5	16	24 02	RCL 2
	17	23 71 00	STO+ 0
6	18	01	1
	19	41	-
7	20	15 61	g x≠0
	21	13 17	GTO 17
8	22	24 00	RCL 0
	23	13 00	GTO 00
	24		
	25		
	26		
	27		
	28		
	29		
	30		
	31		
	32		
	33		
	34		
	35		
	36		
	37		
	38		
	39		
	40		
	41		
	42		
	43		
	44		
	45		
	46		
	47		
	48		
	49		

# HP-25 Program Form

Titel "POISSONVERTEILUNG"

Seite

[illegible]

### BEISPIEL:

An einem Sommerabend wird durchschnittlich alle 10 Minuten eine Sternschnuppe beobachtet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß in einer Viertelstunde mindestens zwei Sternschnuppen beobachtet werden?

### Lösung:

Wir nehmen an, daß die Zufallsgröße  $X$ , die die Anzahl der Sternschnuppen während einer Beobachtungszeit von 15 Minuten angibt, eine Poissonverteilung besitzt.

Als Parameter verwenden wir aufgrund der Tatsache, daß im Mittel alle 10 Minuten eine Sternschnuppe beobachtet wird die Zahl

$$\lambda = \frac{15}{10} = 1,5.$$

Damit erhalten wir

$$P_{1,5}(X \geq 2) = 1 - P_{1,5}(X=0) - P_{1,5}(X=1)$$

	Tasten	Anzeige
Für $P_{1,5}(X=0)$ :	1,5 ↑ 0 R/S	0,2231
Für $P_{1,5}(X=1)$ :	1.5 ↑ 1 R/S	0,3347

Die Gesamtwahrscheinlichkeit ergibt sich zu etwa 44%.

# "GRÖSSTER GEMEINSAMER TEILER UND KLEINSTES GEMEINSAMES VIELFACHES ZWEIER NATÜRLICHER ZAHLEN"

Das vorliegende Programm benutzt den Euklidischen Algorithmus zur Bestimmung des ggT zweier natürlicher Zahlen, wie er zunächst am Beispiel der Berechnung von  $\text{ggT}(50,18)$  vorgeführt wird:

$$\begin{array}{l} 50:18 = 36 \text{ Rest } 14 \\ 18:14 = 1 \text{ Rest } 4 \\ 14:4 = 3 \text{ Rest } 2 \\ 4:2 = 2 \text{ Rest } 0 \end{array}$$

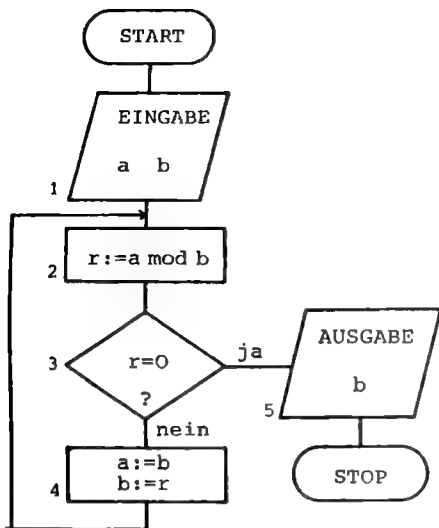
Das Verfahren bricht ab, sowie der Rest Null wird; der vorletzte Rest ist der gesuchte größte gemeinsame Teiler.

Die Berechnung des Restes  $r$  wird durch  $r:=a \bmod b$  (erste Zeile des Beispiels:  $14=50 \bmod 18$ ) bezeichnet.

Der obere PAP liefert ein schönes Beispiel, wie ein an und für sich korrektes Programm wegen der Rundungsfehler am Abbruchkriterium (3) ( $r=0?$ ) scheitern kann. Man vergleiche die vorgeführten Beispiele.

Im unteren PAP ist diese Schwierigkeit durch die Anweisung (4) (Addition von 0,5 und Abschneiden des Nachkommanteils) überwunden, so daß  $r$  stets eine natürliche Zahl ist, und das Abbruchkriterium nach endlich vielen Schritten erfüllt ist.

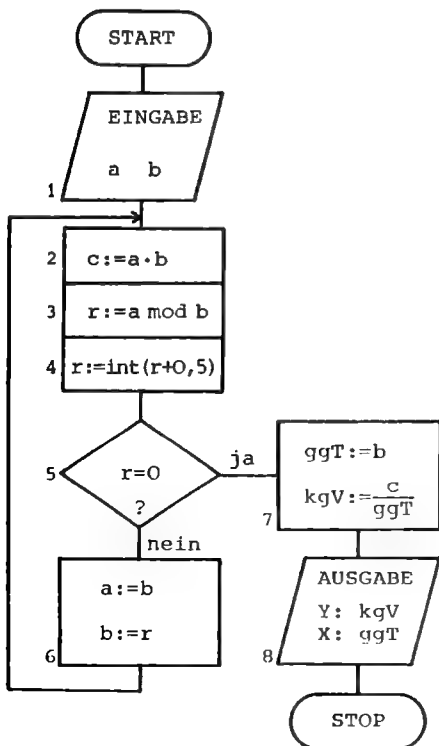
Das kleinste gemeinsame Vielfache von  $a$  und  $b$  wird berechnet über die Beziehung  $\text{ggT}(a,b) \cdot \text{kgV}(a,b) = a \cdot b$  und steht am Ende der Berechnung im Y-Register.



TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
	00		
1	01	23 02	STO 2
	02	21	X*Y
	03	23 01	STO 1
2	04	24 01	RCL 1
	05	24 02	RCL 2
	06	71	+
	07	15 01	g FRAC
	08	24 02	RCL 2
	09	61	x
3	10	15 71	g x=0
	11	13 17	GTO 17
4	12	24 02	RCL 2
	13	23 01	STO 1
	14	21	X*Y
	15	23 02	STO 2
	16	13 04	GTO 04
5	17	24 02	RCL 2
	18	13 00	GTO 00

#### REGISTER

R <sub>0</sub>		R <sub>4</sub>	
R <sub>1</sub>	a	R <sub>5</sub>	
R <sub>2</sub>	b	R <sub>6</sub>	
R <sub>3</sub>	c	R <sub>7</sub>	



TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
	00		
1	01	23 02	STO 2
	02	21	X*Y
	03	23 01	STO 1
2	04	61	x
	05	23 03	STO 3
	06	24 01	RCL 1
	07	24 02	RCL 2
	08	71	+
	09	15 01	g FRAC
3	10	24 02	RCL 2
	11	61	x
	12	73	.
4	13	05	5
	14	51	+
	15	14 01	f INT
	16	15 71	g x=0
5	17	13 23	GTO 23
	18	24 02	RCL 2
	19	23 01	STO 1
6	20	21	X*Y
	21	23 02	STO 2
	22	13 06	GTO 06
	23	24 03	RCL 3
7	24	24 02	RCL 2
	25	71	+
	26	24 02	RCL 2
	27	13 00	GTO 00

# HP-25 Program Form

Titel "GRÖSSTER GEMEINSAMER TEILER ZWEIER ZAHLEN" Seite \_\_\_\_\_  
(BEIDE VERSIONEN)

[illegible]

BEISPIELE:

1. Berechnen Sie mit dem ersten Programm (oberer PAP) den ggT
- a) von 18 und 27

**Lösung:** 18 ↑ 27 R/S      Anzeige: 9

- b) und von 12 und 9

Lösung: 12 ↑ 9 R/S liefert keine Lösung wegen der Rundungsfehler des Rechners.

Nach knapp 90 Sekunden Rechenzeit bleibt der Rechner mit einem falschen Ergebnis stehen.

2. Berechnen Sie mit dem zweiten Programm (unterer PAP) ggT und kgV von 12 und 9

Lösung:

12 t R/S	Anzeige:	3 (ggT)
	m.y.	36 (kgV)

## "ADDITION UND SUBTRAKTION VON BRÜCHEN"

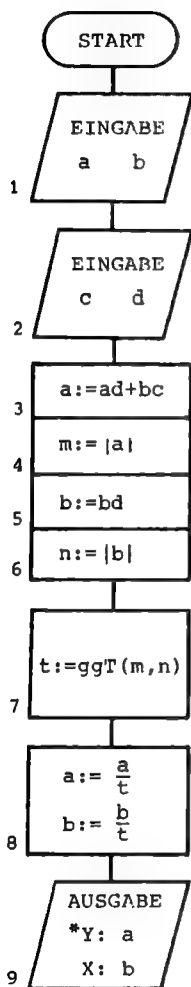
Bei der Berechnung der Summe zweier Brüche wird zunächst der Term  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$  berechnet; wobei der Zähler in (3) wieder mit a und der Nenner in (5) wieder mit b bezeichnet wird. Da das Ergebnis in der gekürzten Form ausgegeben werden soll, werden in (4) und (6) die Absolutbeträge von Zähler und Nenner gespeichert und in (7) der größte gemeinsame Teiler von Zähler und Nenner berechnet.

Da der Programmabschnitt (7) in dem Programm "Größter gemeinsamer Teiler und kleinstes gemeinsames Vielfaches zweier natürlicher Zahlen" ausführlich dargestellt ist, wurde hier zur Entlastung des PAP auf eine Aufgliederung verzichtet.

In (8) erfolgt das Kürzen des Bruches und Ausgabe des Ergebnisses: Der Zähler wird kurz angezeigt und findet sich dann im Y-Register, der Nenner im X-Register. Falls erforderlich, kann durch Drücken von X÷Y der Zähler nochmals abgerufen werden. Vor der Addition eines weiteren Bruches muß dann die Taste X÷Y erneut gedrückt werden.

Subtraktion erfolgt durch Vorzeichenwechsel im Zähler des zweiten Bruches.

Das Programm ist auch für "Kettenrechnungen" brauchbar, wie in Beispiel 3. vorgeführt wird.



# REGISTER

R <sub>0</sub>	a	R <sub>4</sub>	ad+bc
R <sub>1</sub>	b	R <sub>5</sub>	bd
R <sub>2</sub>	c	R <sub>6</sub>	
R <sub>3</sub>	d	R <sub>7</sub>	

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
	00		
1	01	23 01	STO 1
	02	21	X Y
	03	23 00	STO 0
	04	74	R/S
2	05	23 03	STO 3
	06	21	X Y
	07	23 02	STO 2
3	08	24 00	RCL 0
	09	24 03	RCL 3
	10	61	x
	11	24 01	RCL 1
	12	24 02	RCL 2
	13	61	x
	14	51	+
	15	23 00	STO 0
4	16	15 03	g ABS
	17	23 04	STO 4
5	18	24 01	RCL 1
	19	24 03	RCL 3
	20	61	x
	21	23 01	STO 1
6	22	15 03	g ABS
	23	23 05	STO 5
7	24	24 04	RCL 4
	25	24 05	RCL 5
	26	71	+
	27	15 01	g FRAC
	28	24 05	RCL 5
	29	61	x
	30	73	.
	31	05	5
	32	51	+
	33	14 01	f INT
	34	15 71	g x=0
	35	13 41	GTO 41
	36	24 05	RCL 5
	37	23 04	STO 4
	38	21	X Y
	39	23 05	STO 5
	40	13 24	GTO 24
8	41	24 05	RCL 5
	42	23 71 00	STO+0
	43	23 71 01	STO+1
9	44	24 00	RCL 0
	45	14 74	f PAUSE
	46	24 01	RCL 1
	47	13 04	GTO 04
	48		
	49		

# HP-25 Program Form

Titel "ADDITION UND SUBTRAKTION VON BRÜCHEN"

Seite

[illegible]

## BEISPIEL:

Berechnen Sie

1.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$

<u>Lösung:</u>	Tasten	Anzeige
	1 $\uparrow$ 2 R/S	1
	1 $\uparrow$ 3 R/S	*5 6
Ergebnis:	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$	

2.  $\frac{1}{30} - \frac{11}{25} = ?$

<u>Lösung:</u>	Tasten	Anzeige
	1 $\uparrow$ 30 R/S	1
	11 CHS $\uparrow$ 25 R/S	*-61 150
Ergebnis:	$\frac{1}{30} - \frac{11}{25} = -\frac{61}{150}$	

3.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{3}{4} - \frac{5}{6} = ?$

<u>Lösung:</u>	Tasten	Anzeige
	1 $\uparrow$ 2 R/S	1
	1 $\uparrow$ 3 R/S	*5 6
	3 CHS $\uparrow$ 4 R/S	*1 12
	5 CHS $\uparrow$ 6 R/S	*-3 4
Ergebnis:	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{3}{4} - \frac{5}{6} = -\frac{3}{4}$	

## "LERNPROGRAMM MULTIPLIKATION (ADDITION/SUBTRAKTION)"

Bei diesem Programm handelt es sich um eine erweiterte Version des in der Sammlung von HP ausgegebenen Lernprogramms. Dabei wird das Minimum  $m$  in der Aufgabenstellung noch erreicht, das Maximum  $M$  wird nicht erreicht. Für das kleine Einmaleins beispielsweise ist  $m=0$  und  $M=11$  zu wählen, um Aufgaben im Bereich von  $0 \cdot 0$  bis  $10 \cdot 10$  zu erhalten. Der größte für  $M$  zulässige Wert ist  $M=100$ .

Die Anzahl der richtigen Antworten wird im Programmteil (12) als Vorkommateil und die Anzahl der falschen Antworten im Programmteil (11) als Nachkommateil in Register 7 abgespeichert und im Programmteil (7) kurz angezeigt. Es handelt sich hierbei um eine ähnliche Kopplung zweier Werte, wie sie bei (8) zur Stellung der Aufgabe vorgenommen wurde.

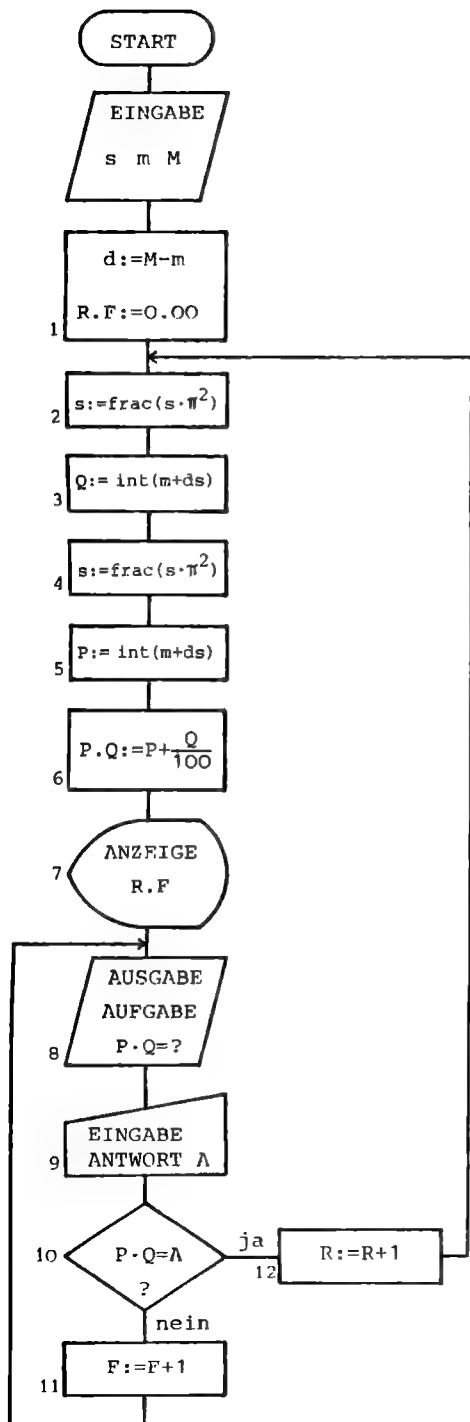
Selbstverständlich kann Schritt 34 ersetzt werden durch den Leerbefehl  $g$  NOP und die Leistung des Lernenden nach einer vorgegebenen Zeitspanne durch Abruf von Speicherinhalt  $R_7$  überprüft werden.

Wenn Programmschritt 39 ersetzt wird durch  $\boxed{+}$ , so erhält man ein Lernprogramm zur Addition.

Ersetzt man Programmschritt 39 durch  $\boxed{-}$ , so erhält man ein Lernprogramm zur Subtraktion.

Zum Lernprogramm zur Division läßt sich das Programm nicht abwandeln, da durch Rundungsfehler des Rechners richtige Antworten durchaus als falsch registriert werden können. Zum anderen sind die erzeugten Aufgaben als Kopfrechenaufgaben in der Regel nicht geeignet.

Bei (2) und bei (4) wird eine Zufallszahl aus dem Intervall  $(0,1)$  erzeugt, hieraus durch (3) und (5) eine natürliche Zahl aus  $[m,M]$  gewonnen, wie sie zur Erzeugung der Aufgabe gebraucht wird.



# REGISTER

R <sub>0</sub>	s	R <sub>4</sub>	P
R <sub>1</sub>	M	R <sub>5</sub>	Q
R <sub>2</sub>	m	R <sub>6</sub>	P.Q
R <sub>3</sub>	d	R <sub>7</sub>	R.F

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
	00		
	01	41	-
1	02	23 03	STO 3
	03	24 00	RCL 0
	04	15 73	g π
2	05	15 02	g x²
	06	61	x
	07	15 01	g FRAC
	08	23 00	STO 0
	09	24 03	RCL 3
	10	61	x
3	11	24 02	RCL 2
	12	51	+
	13	14 01	f INT
	14	23 05	STO 5
	15	24 00	RCL 0
	16	15 73	g π
4	17	15 02	g x²
	18	61	x
	19	15 01	g FRAC
	20	23 00	STO 0
	21	24 03	RCL 3
	22	61	x
5	23	24 02	RCL 2
	24	51	+
	25	14 01	f INT
	26	23 04	STO 4
	27	24 05	RCL 5
6	28	33	EEX
	29	02	2
	30	71	÷
	31	51	+
	32	23 06	STO 6
7	33	24 07	RCL 7
	34	14 74	f PAUSE
8	35	24 06	RCL 6
	36	74	R/S
	37	24 04	RCL 4
10	38	24 05	RCL 5
	39	61	x
	40	14 71	f x=y
	41	13 47	GTO 47
	42	73	.
	43	00	0
11	44	01	1
	45	23 51 07	STO+7
	46	13 35	GTO 35
	47	01	1
12	48	23 51 07	STO+7
	49	14 03	GTO 03

# HP-25 Program Form

Titel "LERNPROGRAMM MULTIPLIKATION (ADDITION/SUBTRAKTION)" Seite  
mit Anzeige Richtig/Falsch und Vorgabe von Minimum und Maximum

NR.	ANWEISUNG	WERTE	TASTEN				ANZEIGE
1	Programm eintasten						
2	Vorbereitungsschritt		f	REG			
3	Zufallszahl speichern	s	STO	0			
4	Maximum und	M	STO	1			
	Minimum speichern	m	STO	2			
5	Programm starten		R/S				
	Anzeige Richtig/Falsch						*(R,F)
	Stellung der Aufgabe						P,Q
6	Lösung der Aufgabe						
	eingeben und bei Anwei-	P,Q					
	sung 5 fortfahren						
7	Zum Beginn einer neuen						
	Aufgabenserie bei 2						
	fortfahren						
8	Zur Änderung von Maxi-						
	mum und/oder Minimum						
	ohne Änderung der Feh-						
	lerzahl bei 4 fortfah-						
	ren						
	Anmerkung:						
	Die Reihenfolge der						
	Eingabe bei 4 ist ver-						
	bindlich						

### BEISPIEL:

1. Programm eintasten
2. Anfangswerte speichern

s = 0.1    STO 0  
M = 12     STO 1  
m = 2      STO 2

		Anzeige R.F	Aufgabe
	R/S	(0.00)	9.11
99	R/S	(1.00)	2.05
10	R/S	(2.00)	3.10
13	R/S		3.10
30	R/S	(3.01)	5.10

3. Zur Abänderung zum Lernprogramm Addition Schritt 39 durch  ersetzen und bei Anweisung 2 beginnen.
4. Zur Abänderung zum Lernprogramm Subtraktion Schritt 39 durch  ersetzen und bei Anweisung 2 beginnen.

## "LERNPROGRAMM DIVISION MIT ANZEIGE RICHTIG/FALSCH"

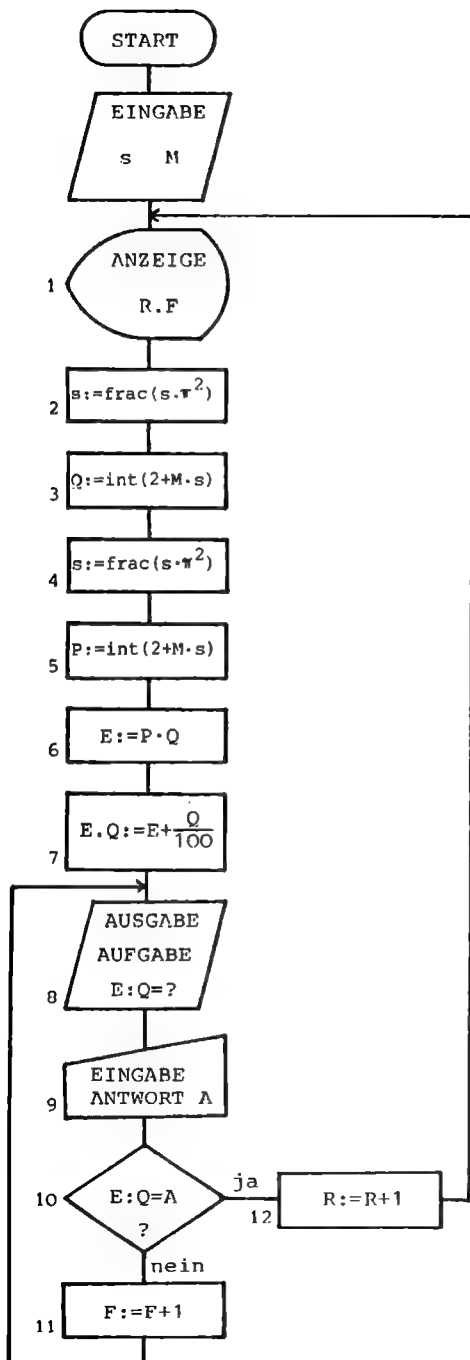
Anders als bei dem Programm aus der Sammlung von HP werden hier die Divisionsaufgaben als Umkehrung von Multiplikationsaufgaben erzeugt. Dadurch "gehen die Aufgaben auf", die Ergebnisse sind also stets natürliche Zahlen.

Durch Speichern einer Zahl  $M$  in  $R_1$  wird eine obere Schranke für den Divisor  $Q$  und das Ergebnis  $P$  der Aufgabe festgelegt. Wenn Sie beispielsweise für  $M$  den Wert 9 speichern, so tritt bei den Aufgaben als größtmöglicher Wert des Divisors und des Ergebnisses der Wert 10 auf.

Dies wird durch Programmsegment (3) bzw. (5) bewirkt. Hierdurch werden gleichzeitig, anders als beim Arithmetik-Lernprogramm von HP Divisionsaufgaben mit 0 und auch mit 1 vermieden. Ebenso werden keine trivialen Aufgaben erzeugt, bei denen eine Zahl durch sich selbst dividiert werden soll.

Vor Erzeugung einer jeden neuen Aufgabe wird durch (1) die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben als Vorkommateil und die Anzahl der falsch gelösten Aufgaben als Nachkommateil angezeigt.

Im übrigen gelten dieselben Erläuterungen wie zum Lernprogramm Multiplikation.



# REGISTER

R <sub>0</sub>	s	R <sub>4</sub>	P
R <sub>1</sub>	M	R <sub>5</sub>	Q
R <sub>2</sub>		R <sub>6</sub>	P · Q = E
R <sub>3</sub>	E · Q	R <sub>7</sub>	R · F

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
	00		
1	01	24 07	RCL 7
	02	14 74	f PAUSE
2	03	24 00	RCL 0
	04	15 73	g π
	05	15 02	g x²
	06	61	x
	07	15 01	g FRAC
	08	23 00	STO 0
	09	24 01	RCL 1
3	10	61	x
	11	02	2
	12	51	+
	13	14 01	f INT
	14	23 05	STO 5
	15	24 00	RCL 0
4	16	15 73	g π
	17	15 02	g x²
	18	61	x
	19	15 01	g FRAC
	20	23 00	STO 0
	21	24 01	RCL 1
5	22	61	x
	23	02	2
	24	51	+
	25	14 01	f INT
	26	23 04	STO 4
6	27	24 05	RCL 5
	28	61	x
	29	23 06	STO 6
	30	24 05	RCL 5
7	31	33	f EX
	32	02	2
	33	71	÷
	34	51	+
	35	23 03	STO 3
8	36	24 03	RCL 3
	37	74	R/S
10	38	24 04	RCL 4
	39	14 71	f x=y
	40	13 46	GTO 46
	41	73	.
11	42	00	0
	43	01	1
	44	23 51 07	STO 17
	45	13 36	GTO 36
12	46	01	1
	47	23 51 07	STO 17
	48	13 01	GTO 01
	49		

# HP-25 Program Form

Titel "LERNPROGRAMM DIVISION MIT ANZEIGE RICHTIG/FALSCH" Seite

[illegible]

### BEISPIEL:

Erzeugen Sie eine Serie von Divisionsaufgaben mit den Werten  
 $s = 0,5$  und  $M = 20$

Vorbereitung:

f REG      0,5 STO 0      20 STO 1      [ PRGM

		Anzeige R.F	Aufgabe
	R/S	(0.00)	120.20
6	R/S	(1.00)	42.06
7	R/S	(2.00)	126.18
7	R/S	(3.00)	72.18
6	R/S		72.18
4	R/S	(4.01)	119.07

Erhöhen Sie den Schwierigkeitsgrad der laufenden Aufgabenserie  
durch neue Wahl von  $M = 30$

Vorbereitung:

30 STO 1      R↓

		Anzeige R.F	Aufgabe
			119.07
17	R/S	(5.01)	56.14
4	R/S	(6.01)	667.23
27	R/S		667.23
29	R/S	(7.02)	36.03

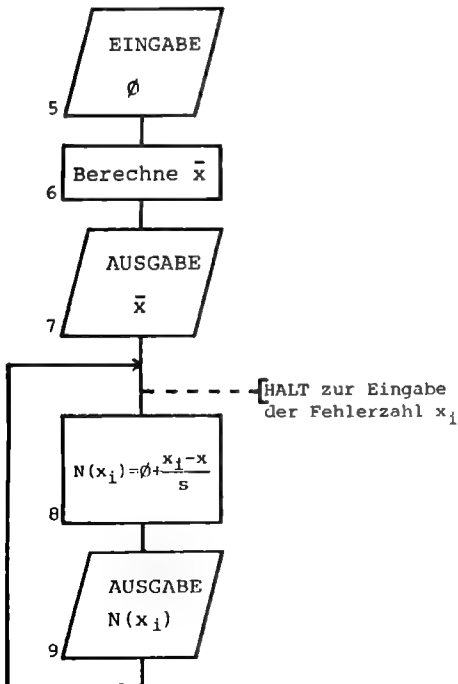
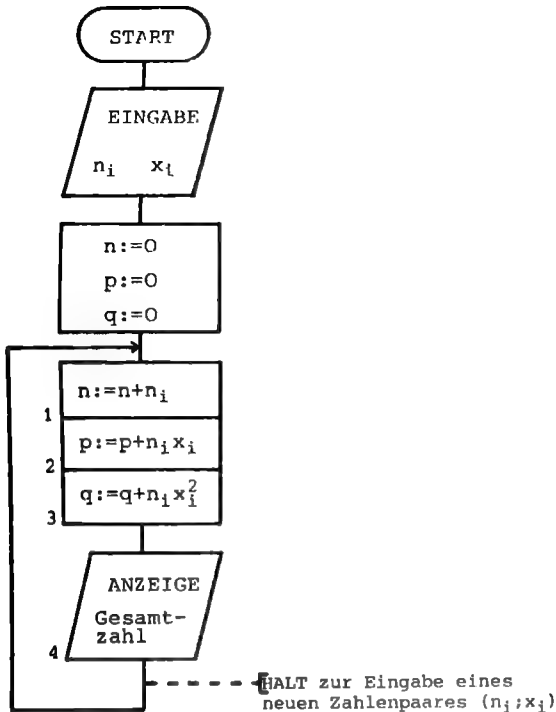
## "NOTENGEbung"

Das Programm berechnet bei bekannter Fehlerverteilung - z.B. in einem Deutschdiktat oder Lückentest - nach Vorgabe einer gewünschten Durchschnittsnote  $\emptyset$  zu jeder Fehlerzahl  $x_i$  die zugehörige Note  $N(x_i)$  aus.

Die Fehlerverteilung sollte etwa normal verteilt sein, um zu brauchbaren Ergebnissen zu führen.

Zunächst wird die durchschnittliche Fehlerzahl  $\bar{x}$  berechnet und Standardabweichung  $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum (x_i - \bar{x})^2}$  ermittelt.

Die Note wird über eine Standardisierung (Berechnung von  $\frac{x_i - \bar{x}}{S}$ ) berechnet nach  $N(x) = \emptyset + \frac{x_i - \bar{x}}{S}$ .



# REGISTER

R <sub>0</sub>	$\bar{x}$	R <sub>4</sub>	
R <sub>1</sub>	s	R <sub>5</sub>	
R <sub>2</sub>	∅	R <sub>6</sub>	$\sum n_i x_i^2 = : q$
R <sub>3</sub>	$\sum n_i$	R <sub>7</sub>	$\sum n_i x_i = : p$

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
	00		
1	01	21	X*Y
	02	23 51 03	STO+3
	03	21	X*Y
2	04	61	x
	05	23 51 07	STO+7
	06	14 73	FIX 1
3	07	61	x
	08	23 51 06	STO+6
	09	24 03	RCL 3
4	10	13 00	GTO 00
	11	23 02	STO 2
	12	14 22	f s
5	13	23 01	STO 1
	14	14 11 01	FIX 1
	15	14 21	f $\bar{x}$
6	16	23 00	STO 0
	17	74	R/S
8	18	24 00	RCL 0
	19	41	-
	20	24 01	RCL 1
	21	71	+
	22	24 02	RCL 2
	23	51	+
	24	14 11 00	FIX 0
	25	13 17	GTO 13
9	26		
	27		
	28		
	29		
	30		
	31		
	32		
	33		
	34		
	35		
	36		
	37		
	38		
	39		
	40		
	41		
	42		
	43		
	44		
	45		
	46		
	47		
	48		
	49		

# HP-25 Program Form

Titel \_\_\_\_\_ "NOTENGEbung"

Seite

[illegible]

### BEISPIEL:

Bei einer Klassenarbeit ergab sich folgende Verteilung

Anzahl	2	0	1	2	4	6	5	3	1	0	1	0	0
Fehlerzahl	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Es wird ein Notendurchschnitt von  $\bar{x} = 3,1$  gewünscht.

Nach Durchführung des Vorbereitungsschrittes (2) tastet man ein:

2 ↑ 0 R/S

1 ↑ 2 R/S

2 ↑ 3 R/S

⋮  
⋮  
⋮

1 ↑ 8 R/S

1 ↑ 10 R/S

3,1

GTO 11 R/S

Anzeige

4.9

0 R/S

1

1 R/S

1

2 R/S

2

3 R/S

2

4 R/S

3

5 R/S

3

6 R/S

4

7 R/S

4

8 R/S

4

9 R/S

5

10 R/S

5

11 R/S

6

12 R/S

6

Damit ergibt sich folgender Notenvorschlag:

Note	1	2	3	4	5	6
Fehlerzahl	0-1	2-3	4-5	6-8	9-10	11-12

## "ABESSINISCHE MULTIPLIKATION"

Hier wird ein Verfahren zur Berechnung des Produktes zweier Zahlen an einem Beispiel vorgestellt, das auch unter dem Namen "Abessinische Multiplikation" bekannt ist.

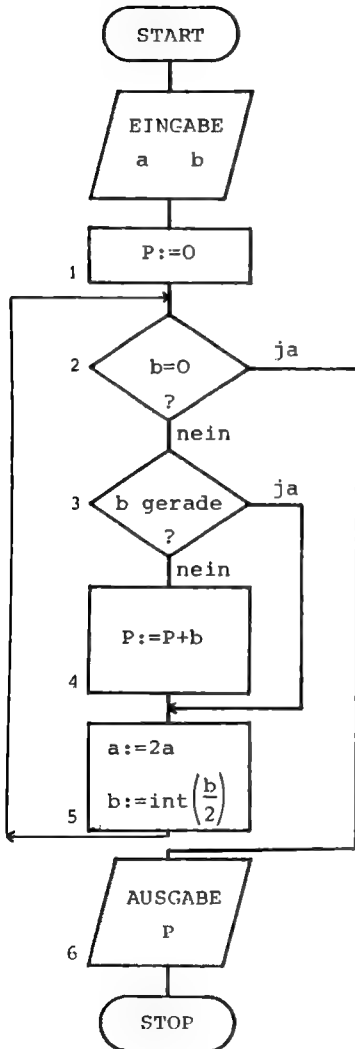
Das Produkt  $18 \cdot 25$  kann nach folgendem Schema berechnet werden:

18	25
9	50
4	100
2	200
1	400
	<u>450</u>

Das Verfahren ist gut geeignet, den Weg über Problemanalyse, Programmablaufplan zur Programmerstellung aufzuzeigen.

Man erkennt, daß der eine Faktor ständig halbiert wird (unter Vernachlässigung des Restes) und der andere Faktor ständig verdoppelt wird. Zur Berechnung des Produktes werden diejenigen rechts stehenden Zahlen addiert, bei denen der linke Nachbar ungerade ist.

Die mathematische Analyse ist mit Hilfe der Dualzahlen sehr leicht möglich.



# REGISTER

R <sub>0</sub>	P	R <sub>4</sub>
R <sub>1</sub>	a	R <sub>5</sub>
R <sub>2</sub>	b	R <sub>6</sub>
R <sub>3</sub>		R <sub>7</sub>

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
	00		
1	01	00	0
	02	23 00	STO 0
2	03	24 02	RCL 2
	04	15 71	g x=0
	05	13 20	GTO 20
	06	02	2
	07	71	+
3	08	15 01	g FRAC
	09	15 71	g x=0
	10	13 12	GTO 12
4	11	24 01	RCL 1
	12	23 51 00	STO+0
	13	24 02	RCL 2
	14	02	2
	15	23 61 01	STOx1
5	16	71	+
	17	14 01	f INT
	18	23 02	STO 2
	19	13 03	GTO 03
6	20	24 00	RCL 0
	21	13 00	GTO 00
	22		
	23		
	24		
	25		
	26		
	27		
	28		
	29		
	30		
	31		
	32		
	33		
	34		
	35		
	36		
	37		
	38		
	39		
	40		
	41		
	42		
	43		
	44		
	45		
	46		
	47		
	48		
	49		

# HP-25 Program Form

Titel "ABESSINISCHE MULTIPLIKATION" Seite           

[illegible]

### BEISPIEL:

Berechnen Sie das Produkt  $18 \cdot 25$

### Lösung:

Tasten	Anzeige
18 STO 1	
25 STO 2 R/S	450

Der Rechner braucht zur Berechnung des Produktes fast 5 sec.  
Man bedenke aber, daß damals unser heutiges Verfahren zur  
schriftlichen Multiplikation nicht bekannt war.

## "SPIELDAUER BEIM TONBANDGERÄT REVOX A 77"

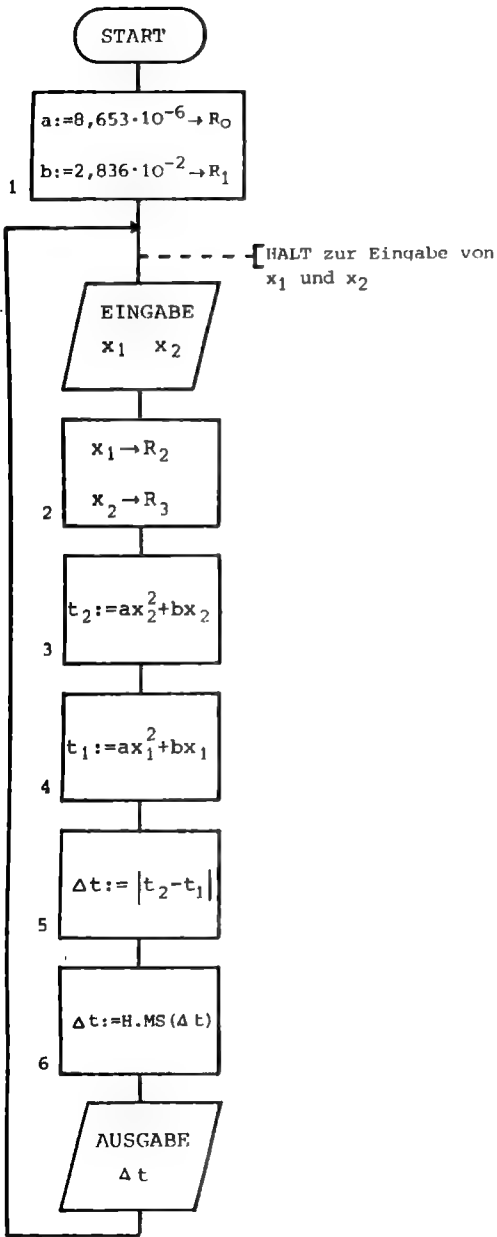
Die Abhängigkeit zwischen Zählwerkstand  $x_1$  und Spielzeit  $t_1$  bei der Revox A 77 wird durch die Funktion  $t_1 = ax_1^2 + bx_1$  beschrieben. Dabei wurden  $a = 8,653 \cdot 10^{-6}$  und  $b = 2,836 \cdot 10^{-2}$  empirisch ermittelt. (Bei anderen Tonbandgeräten dürfte eine ähnliche Abhängigkeit mit anderen Faktoren  $a$  und  $b$  bestehen)

Das Programm berechnet die Spieldauer eines Stückes, wenn die Zählwerkeinstellungen  $x_1$  und  $x_2$  am Anfang bzw. Ende bekannt sind. Die Abweichung ist in jedem Falle geringer als 20 sec.

Vor Eingabe von  $x_1$  und  $x_2$  erfolgt in (1) das Abspeichern von  $a$  bzw.  $b$  durch das Programm.

Die Struktur des Programms ist sehr einfach und bedarf wohl keiner weiteren Erläuterung.

Das Programm gilt für eine Geschwindigkeit von  $19 \text{ cm sec}^{-1}$ . Für  $9,5 \text{ cm sec}^{-1}$  sind die ermittelten Zeiten zu verdoppeln.



# REGISTER

R <sub>0</sub>	a	R <sub>4</sub>	
R <sub>1</sub>	b	R <sub>5</sub>	
R <sub>2</sub>	x <sub>1</sub>	R <sub>6</sub>	
R <sub>3</sub>	x <sub>2</sub>	R <sub>7</sub>	

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
1	00		
	01	08	8
	02	73	.
	03	06	6
	04	05	5
	05	03	3
	06	33	FEX
	07	06	6
	08	32	CHS
	09	23 00	STO 0
	10	02	2
	11	73	.
	12	08	8
	13	03	3
	14	06	6
	15	33	FEX
	16	02	2
	17	32	CHS
	18	23 01	STO 1
	19	74	F/S
2	20	23 02	STO 2
	21	22	R↓
	22	23 03	STO 3
3	23	15 02	g x <sup>2</sup>
	24	24 00	RCL 0
	25	61	x
	26	24 03	RCL 3
	27	24 01	RCL 1
	28	61	x
	29	51	+
4	30	24 00	RCL 0
	31	24 02	RCL 2
	32	15 02	g x <sup>2</sup>
	33	61	x
	34	24 01	RCL 1
	35	24 02	RCL 2
	36	61	x
	37	51	+
5	38	41	-
	39	15 03	g ABS
6	40	14 00	f H.MS
	41	13 19	GTO 19
	42		
	43		
	44		
	45		
	46		
	47		
	48		
	49		

# HP-25 Program Form

Titel "SPIELDAUER BEIM TONBANDGERÄT REVOX A 77"

Seite

[illegible]

### BEISPIEL:

1. Nach dem Durchlaufen des Originalbandes von Revox war der Zählwerkstand 2085. Wie lange spielt das Band?

#### Lösung:

Tasten		Anzeige
f PRGM	R/S	0.03
O ↑ 2085	R/S	96.44

Antwort: Das Band hat eine Spieldauer von 96 min 44 sec.

2. Ein Musikstück läuft von 1311 bis 1998. Wie lange dauert es?

#### Lösung:

Tasten		Anzeige
1311 ↑ 1998	R/S	39.09

Antwort: Das Musikstück dauert 39 min 9 sec.

## "TELEFONGEBÜHREN"

Das Programm berechnet nach Eingabe der Dauer einer Einheit in Sekunden ständig die angefallenen Telefongebühren und zeigt sie in Abständen von ca. 1 sec. an.

Im Programm wird zunächst die Dauer D einer Einheit abgespeichert (Teil 1) und in Teil (2) der Faktor  $3600:D$ , der in Teil (7) gebraucht wird in  $R_2$  gespeichert. In Teil (3) wird der Summand  $t=0,000358$  in  $R_3$  und in (4) die Kosten je Einheit (hier 0,23 DM) in  $R_1$  gespeichert.

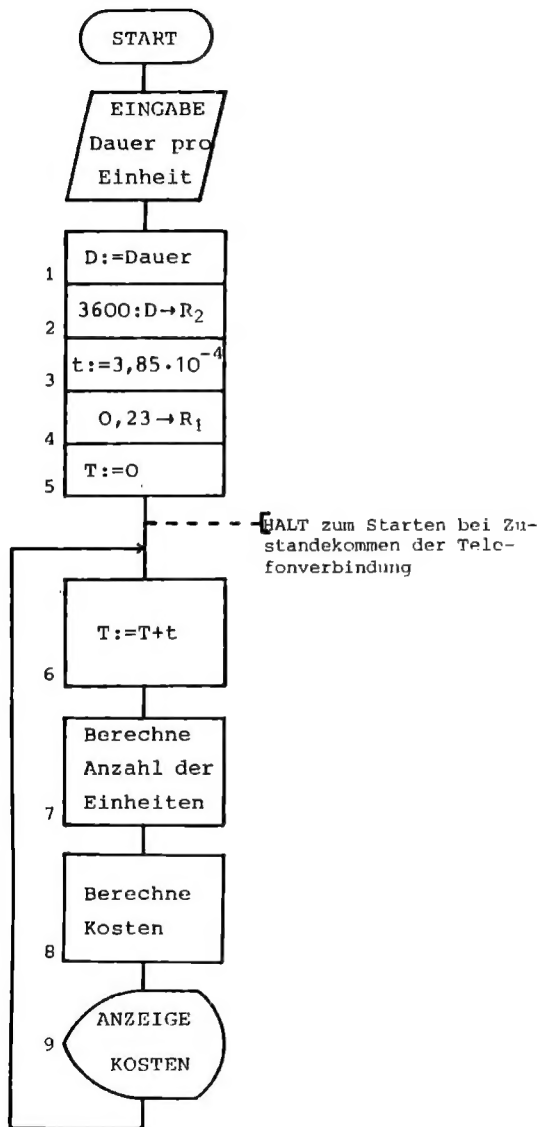
Die Dauer T des Telefongesprächs ist zunächst 0.

Bei Zustandekommen der Verbindung wird erneut gestartet. In (6) wird zur Gesprächsdauer T der Summand  $t=0,000358$  hinzuaddiert.

Eine Schleife dauert etwa 1,289 sec. Der Zahlenwert t ist 1,289 sec. in Dezimalstunden ausgedrückt, also  $\frac{1,289}{3600} = 0,000358$ . Dieser Zahlenwert kann bei jedem Rechner anders sein und muß für jeden Rechner empirisch ermittelt werden.

Da die Gesprächsdauer T in Dezimalstunden berechnet ist, wird durch Multiplikation von T mit  $3600:D$  die Anzahl A der Einheiten in (7) berechnet. Addition von 1 und Abschneiden des Nachkommanteils ist notwendig, da die Post jede angefangene Einheit voll berechnet.

In (8) wird mit den Kosten je Einheit - in der Regel 0,23 DM - multipliziert und das Ergebnis angezeigt. Danach beginnt die nächste Schleife bei (6).



# REGISTER

R <sub>0</sub>	D	R <sub>4</sub>	
R <sub>1</sub>	0,23	R <sub>5</sub>	
R <sub>2</sub>	$\frac{3600}{D}$	R <sub>6</sub>	T
R <sub>3</sub>	$3,85 \cdot 10^{-4}$	R <sub>7</sub>	

TEIL	ZEILE	CODE	TASTEN
	00		
1	01	23 00	STO 0
2	02	06	6
	03	00	0
	04	15 02	g x <sup>2</sup>
	05	21	XtY
	06	71	+
	07	23 02	STO 2
3	08	73	.
	09	00	0
	10	00	0
	11	00	0
	12	03	3
	13	08	8
	14	05	5
	15	23 03	STO 3
4	16	73	.
	17	02	2
	18	03	3
	19	23 01	STO 1
5	20	00	0
	21	23 06	STO 6
6	22	74	R/S
	23	24 06	RCL 6
	24	24 03	RCL 3
	25	51	+
	26	23 06	STO 6
	27	24 02	RCL 2
7	28	61	x
	29	01	1
	30	51	+
	31	14 01	f INT
8	32	24 01	RCL 1
	33	61	x
9	34	14 74	f PAUSE
	35	13 23	GTO 23
	36		
	37		
	38		
	39		
	40		
	41		
	42		
	43		
	44		
	45		
	46		
	47		
	48		
	49		

# HP-25 Program Form

Titel "TELEFONGEBÜHREN"

Seite

[illegible]

### BEISPIEL:

Instruieren Sie den Rechner, daß er die Kosten eines Telefongesprächs (tagsüber) zwischen Koblenz und Aachen anzeigt.

Dem amtlichen Verzeichnis der Ortsnetzkennzahlen für Koblenz entnimmt man, daß die Sprechdauer für eine Gebühreneinheit tagsüber 12 sec. ist.

Nach Drücken von f PRGM erfolgt

12	R/S	und bei Zustandekommen der Verbindung
	R/S	und der Rechner zeigt in Abständen von
		ca. 1,3 sec. die angefallenen Telefon-
		gebühren an.

